GIORNATE DI STUDI SU GALILEO
PADOVA 2-3 OTTOBRE 2009

Esperienze di Galileo
intorno al moto e alla quiete dei corpi nell'acqua

Roberto Vergara Caffarelli
Istituto Nazionale di Fisica Nucleare (INFN)[1]

Il *De motu*[2] è una raccolta di scritti giovanili nei quali Galileo espone le sue riflessioni sul moto e descrive alcune scoperte di straordinaria importanza: l'isocronismo delle oscillazioni del pendolo, la legge fondamentale del piano inclinato, il teorema delle corde e le versioni primigenie del principio d'inerzia e del principio di azione e reazione. Probabilmente nelle sue esperienze pisane egli ha potuto vedere anche alcuni fenomeni di superficie (adesione, tensione superficiale, bagnabilità). Degli scritti che lo compongono il più interessante è il *Trattato*, l'ultima versione di un libro rimasto inedito. Il *Trattato* è costituito di 23 capitoli: i primi 13 riguardano il moto naturale di un corpo (essenzialmente nell'acqua) e gli altri il moto violento (essenzialmente nell'aria).

In un saggio recentemente pubblicato[3] ho presentato argomenti a favore dell'ipotesi che le esperienze con l'acqua del periodo pisano di Galileo siano alla base di molti dei risultati pubblicati venti anni dopo nel *Discorso ... intorno alle cose, che stanno in su l'acqua, o che in quella si muovono*. In questo scritto mi propongo di illustrare succintamente i risultati che ho ottenuto, ricostruendo i suoi esperimenti per lo studio del moto uniforme secondo le metodologie suggerite dal *De motu* e dal *Discorso*, senza preoccuparmi di seguire rigidamente l'ordine temporale.

---

[1] Associato *senior*, Sezione di Pisa.

[2] La maggior parte degli storici ritiene che il *De motu antiquiora* sia stato composto tra il 1589 e il 1592, quando Galileo insegnava all'università di Pisa. L'autografo è alla Biblioteca Nazionale Centrale di Firenze con la segnatura Ms. Gal. 71. Eugenio Albèri ne diede una edizione molto ridotta nel 1854 con il titolo di *Sermones de motu gravium*, e soltanto nel 1890 Antonio Favaro lo pubblicò integralmente nel primo volume delle *Opere*, l'edizione nazionale che in seguito indicherò con la sigla G.G. Il *De motu* è costituito di più parti distinte; gli scritti principali sono: il *Trattato* (G.G., vol. I, pp. 251-340) diviso in 23 capitoli; il *Saggio* (G.G., vol. I, pp. 344-366) in 12 brevi capitoli; il *Dialogo* (G.G., vol. I, pp. 367-408) con due personaggi, Alessandro e Domenico. Alle pp. 341-343 vi è una *rielaborazione* dei primi due capitoli del trattato, mentre alle pp. 409-417 vi sono alcune note e alle pp. 418-419 il cosiddetto *piano di lavoro*. Si veda per questa classificazione MICHELE CAMEROTA, *Gli scritti* De motu antiquiora *di Galileo Galilei: il Ms Gal 71*. Un'analisi storico-critica, Cagliari, 1992.

[3] ROBERTO VERGARA CAFFARELLI, *Galileo Galilei and motion. A reconstruction of 50 years of experiments and discoveries*, Bologna, Berlin, Heidelberg, New York, 2009.

Gli esperimenti sul moto vertono essenzialmente intorno a un quesito. Galileo si chiede «quale proporzione mantengono tra loro, nello stesso mezzo, le velocità di mobili di ugual volume, ma di differente gravità»[4]. La sua risposta è:

> Le velocità di tali mobili, senza dubbio, stanno tra loro come le eccedenze con le quali le gravità dei mobili eccedono la gravità del mezzo.

Galileo illustra la legge con due esempi; nel primo i moti sono verso l'alto e nel secondo sono verso il basso. È curioso che i dati dei due esempi sono circolarmente gli stessi; nel primo si ha la seguente situazione:

> Si riepiloga anche la conclusione dell'altra[5] questione: precisamente, quale proporzione conservano nella velocità dei [*loro*] moti mobili differenti, di volume uguale e di gravità disuguale. Se, infatti, ognuno si muove verso l'alto con tanta forza, quanto è più grave dello stesso mobile una mole del mezzo grande tanto quanto è la mole del mobile, sottratte le gravità dei [*due*] mobili dalla gravità di detta mole del mezzo, le quantità rimaste avranno tra loro tale proporzione come le velocità: come se, per esempio, la gravità di un mobile sia **4**, invece sia **6** quella dell'altro e quella del mezzo **8**; allora sarà **4** la velocità del mobile la cui gravità è **4** e sarà **2** la velocità dell'altro mobile. Ma queste velocità, **4** e **2**, non stanno tra loro come le leggerezze dei mobili, che sono **4** e **6**.

Nel secondo esempio Galileo prende in esame il moto verso il basso:

> Allo stesso modo è evidente la conclusione dell'altra questione: che proporzione, cioè, conservano in uno stesso mezzo tra loro le velocità dei mobili, di volume uguale ma di gravità disuguale. Le velocità di tali mobili staranno, infatti, tra loro come gli scostamenti con i quali le gravità dei mobili superano la gravità del mezzo: come, per esempio, se vi sono due mobili di volume uguale, ma di gravità non uguale e la gravità di uno dei due sia **8**, [*e quella*] dell'altro invece [*sia*] **6**, mentre sia **4** la gravità di un volume del mezzo uguale al volume di entrambi i mobili, allora la velocità di un mobile sarà **4**, quella dell'altro invece **2**. Quelle velocità manterranno, dunque, la proporzione che c'è tra **4** e **2**, non quella che c'è tra le gravità, cioè **8** e **6**.

Il termine gravità equivale sempre a massa specifica quando è associato al volume del corpo. Galileo si serve dei numeri **8** - **6** - **4** anche nel caso (non discusso qui) di uno stesso corpo di gravità **8** che scende in due mezzi differenti di gravità **6** e **4**, con velocità che sono rispettivamente **2** e **4**. La ripetizione, così esplicitamente voluta, è una maniera di affermare che la legge è universale, (*Haec. igitur, universales sunt regulae*) e non dipende dai particolari materiali presi in considerazione. Le quantità indicate sono numeri interi, scelti in modo che l'evidenza sia immediata e il contenuto

[4] G.G., vol. I, *De motu*, pp. 272-273.

[5] *L'altra questione* riguarda come cambia la velocità di uno stesso corpo in mezzi di differente densità, dove di nuovo distingue due casi: quando la massa specifica del corpo è minore di quella dei mezzi (e pertanto sale) e quando la sua massa specifica è maggiore di quella dei mezzi (e dunque scende). Qui è sufficiente annotare che Galileo non prende in considerazione né la forma né la viscosità del mezzo.

non risulti, per così dire, minimamente annebbiato dalla necessità di fare calcoli laboriosi. L'esempio quindi non descrive nessun esperimento realmente effettuato, una scelta che Galileo seguirà anche nelle sue opere maggiori, per le quali, a differenza del *De motu*, sono sopravvissute carte che attestano l'esistenza di un grande lavoro sperimentale precedente la redazione.

Oggi sintetizziamo con un'unica formula i risultati dell'esperimento galileiano. Per due corpi *a* e *b* più densi dell'acqua si ha:

(1) $$v_a / v_b = (\rho_a - \rho_m)/(\rho_b - \rho_m).$$

dove v_a e v_b sono le velocità dei corpi *a* e *b*; ρ_a, ρ_b, ρ_m sono le loro masse specifiche e quella del mezzo.

La legge del moto proposta da Galileo[6], così come è stata scritta, ha un senso solo se il moto è *naturale*, cioè se la velocità dei corpi è *uniforme*. Di conseguenza Galileo ha la necessità di fare esperimenti in cui la velocità del corpo raggiunge presto valori approssimativamente costanti. È questo il motivo perché Galileo rinuncia a fare esperimenti in aria, come dichiara esplicitamente in un passo del *De motu*[7]:

> Ma si deve osservare che qui sorge una grande difficoltà: perché quelli che ne facessero l'esperienza verrebbero a scoprire che queste proporzioni non sono rispettate. Se, infatti, una pietra scende da un'alta torre, si vede che la sua velocità aumenta sempre: questo, però, avviene perché la pietra è pesantissima in confronto con il mezzo in cui si muove; e poiché scende con tanta forza impressa [*virtute impressa*] quanta è la sua gravità, scende certamente con molta forza impressa e per consumarla non è sufficiente il moto dall'altezza di una torre: da ciò avviene che la velocità aumenta sempre nel percorso lungo una torre. Perché, se prenderemo un qualche grave, la cui gravità non supera di molto la gravità dell'aria, allora certamente vedremo con i nostri stessi occhi che poco dopo il principio del moto, quello si muoverà sempre uniformemente, purché l'aria sia tranquillissima.

In questa considerazione importante Galileo ci mette di fronte a esperimenti con corpi di densità prossima a quella del mezzo in cui si muovono, quello che probabilmente sta già facendo, non in aria, ma in acqua.

Le unità di misura di velocità e di densità non sono mai indicate, tranne che in pochissimi casi, perché Galileo manterrà sempre il principio di Euclide delle grandezze proporzionali, considerando solo relazioni tra quantità omogenee. Gli esperimenti sono fatti in acqua perché, secondo le idee sul moto che aveva allora a Pisa, la resistenza di un mezzo molto più denso dell'aria distrugge più rapidamente la *forza impressa* che lo sperimentatore non può evitare di introdurre nel corpo che sta studiando, sostenendolo in modo che parta da fermo.

---

[6] La legge era stata enunciata anche da GIOVANNI BATTISTA BENEDETTI, *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber,* Torino 1585, p. 170: «*proportionem velocitatum, duorum corporum hetereogeneorum, sed similium figura, & magnitudine aequalium, in uno solo medio, aequalem esse proportioni ponderum ipsorum*».

[7] G.G., vol. I, *De Motu*, p. 406-407.

L'acqua, però, di per sé non è sufficiente a ridurre rapidamente il moto all'uniformità, occorre che i corpi abbiano massa specifica molto prossima a quella dell'acqua. Corpi come quelli dell'ultimo esempio, nel quale *a* ha massa specifica ρ_a = **4** e *b* ha massa specifica ρ_b = **2**, non raggiungono velocità approssimativamente costanti in un breve intervallo di tempo, cosicché il moto diviene praticamente uniforme solo dopo un percorso troppo lungo per poter essere osservato in un recipiente di vetro di dimensioni ragionevoli.

Possiamo renderci conto di questo fatto ancora prima di passare alle esperienze. Secondo la teoria di Newton, la resistenza che un corpo incontra quando è immerso in un fluido dipende dal fluido e dal corpo: per quanto concerne il fluido, dipende dalla sua massa specifica ρ_0 e dalla sua viscosità η; per quanto concerne il corpo, dipende dalla sua massa specifica ρ e dalla velocità $v(t)$, raggiunta al tempo t. Si deve, infine, tener conto della forma del corpo e dell'aria della sua sezione perpendicolare alla direzione del moto. Secondo le indicazioni di Galileo, nei nostri esperimenti i corpi hanno sempre forma sferica.

Newton ha dato la soluzione dell'equazione del moto di un corpo in un fluido nei due casi più comuni: a) quando la resistenza è proporzionale alla velocità; b) quando la resistenza è proporzionale al quadrato della velocità. Dovendo realizzare esperimenti con velocità abbastanza ridotta, mi limito a discutere solo il primo caso.

L'equazione del moto è data dall'espressione:

$$[(4/3)\,\pi\, r^3\rho]\; \mathrm{d}v/\mathrm{d}t = (4/3)\,\pi\, r^3(\rho - \rho_0)g - 6\,\pi\eta\, rv. \qquad (2)$$

dove sono state introdotte le quantità:

ρ = massa specifica della sfera in kg/dm^3,
ρ_0 = massa specifica del fluido. Per l'acqua ρ_{Acqua} = 1 kg/dm^3,
r = raggio della sfera in m,
g = 9,806 ms^{-2},
η = viscosità del fluido che per l'acqua a 25°C vale $\eta = 0{,}81\cdot10^{-3}$ Nsm^{-2}.

Quando la resistenza cresce con la velocità, si ha una continua riduzione dell'accelerazione: la velocità cresce sempre meno e tende ad un valore limite v_∞, che si calcola ponendo l'accelerazione uguale a zero. Nel caso di una sfera la velocità limite v_∞ è data dall'espressione (formula di Stokes):

$$v_\infty = (2/9)\, r^2 g(\rho - \rho_0)/\eta. \qquad (3)$$

La teoria di Newton permette di progettare esperienze simili a quelle che suppongo che Galileo abbia fatto, delle quali si hanno solo alcune tracce ma non documenti dettagliati.

Per l'esperimento occorre, anzitutto, avere un recipiente abbastanza alto in modo da avere a disposizione uno spazio $s_{\max}$ sufficiente. Il recipiente deve essere di vetro o avere una parete di vetro, perché si possa seguire con precisione il tragitto della sfera e misurare gli spazi percorsi nei tempi prestabiliti. Per utilizzare le espressioni (2) e (3) si deve dare un valore alla massa specifica e al raggio della sfera e stabilire un valore non troppo alto per la velocità di regime.

Queste condizioni sono ragionevolmente realizzate con i valori seguenti di s_{max}, v_∞ e r.

(4) $s_{max} \approx 1$ m,

(5) $v_\infty = 0{,}1$ m/s,

(6) $r = 0{,}03$ m.

Introducendo questi dati nell'espressione (3) ed i valori noti g, ρ_{Acqua} e η si ha:

(7) $\rho = \rho_0 + (9\eta\, v_\infty)/\ (2\, r^2 g) = 1{,}0413$ kg/dm^3.

Vediamo subito confermato quanto è stato anticipato: la densità della sfera deve essere molto prossima a quella dell'acqua. Se il volume della sfera è 1 dm^3, la sua massa è solo 41,3 g maggiore di quella di un ugual volume d'acqua (1 kg).

La soluzione dell'equazione (2) è:

(8) $s(t) = v_\infty\, [t + \tau\, \exp(-t/\tau) - \tau] = v_\infty\ t - v(t)\tau$.

Nell'espressione è stata introdotta la quantità τ data da:

(9) $\tau = 2r^2\rho/\ 9\eta$.

La velocità è data dall'espressione

(10) $v(t) = v_\infty\, [1- \exp(-t/\tau)]$.

Nella simulazione che stiamo costruendo, si ha $\tau \approx 247$ s. La costante di tempo τ definita dalla relazione (9) consente di stimare dopo quanto tempo ed entro quale distanza la sfera raggiunge la velocità limite. Possiamo valutare la velocità in funzione della variazione complessiva percentuale, $v(t)\ /\ v_\infty = 1- \exp(-t/\tau)$.

È immediato, infatti, verificare che trascorso un tempo t, dato da $t = \tau$, la velocità della sfera ha raggiunto il 63,2% della sua variazione complessiva, mentre dopo $t = 5\tau$ tale percentuale sale al 99,3%. Una stima per eccesso della distanza entro cui la sfera raggiunge la velocità limite è data allora dal prodotto $d \approx v_L\, 5\tau$.

Il valore $\tau \approx 247$ s porta a stimare in $d \approx 123{,}5$ m lo spazio percorso per raggiungere il 99,3% della velocità limite; il risultato esatto è $s(t = 5\tau) \approx 98{,}97$ m. È chiaro che con lo spazio disponibile $s \leq 1$ m, si deve escludere che la sfera possa raggiungere una velocità vicina al suo valore limite.

I dati nella simulazione sono sufficienti per determinare con buona approssimazione il tempo che impiega la sfera a scendere fino ad arrivare al fondo del recipiente . Riscrivo l'equazione (8) nel modo seguente:

(11) $s(t)\ /\ \tau\ v_\infty +1 = t/\tau + \exp(-t/\tau)$.

Per i valori di t che sono molto minori di τ è possibile approssimare l'esponenziale $\exp(-t/\tau)$ con il suo sviluppo in serie fino al termine quadratico.

(12) $\exp(-t/\tau) \approx 1 - (-t/\tau) + (-t/\tau)^2 /2.$

Sostituendo (12) in (11) si ha:

(13) $s(t) \approx (1/2)\,(v_\infty /\tau)\, t^2$

L'equazione descrive un moto uniformemente accelerato con accelerazione

(14) $\alpha \approx v_\infty /\tau = g(\rho - \rho_{acqua})/\rho$

e velocità

(15) $v(t) \approx [g(\rho - \rho_{acqua}) /\rho]\, t$

È questo un risultato fondamentale, che permette di comprendere come mai Galileo ha potuto verificare sperimentalmente il teorema delle velocità. Le sfere di massa specifica molto prossima a quella dell'acqua si muovono all'inizio e per molto tempo con moto uniformemente accelerato. Si possono confrontare le velocità di due sfere misurando, secondo Aristotele, gli spazi percorsi da esse nello stesso tempo Δt. Il procedimento è valido anche quando il moto è accelerato; per questo, dall'eq. (15) si ha:

(16) $v_1/v_2 = (\rho_2/\rho_1)[(\rho_1 - \rho_{acqua}) / (\rho_2 - \rho_{acqua})] \approx (\rho_1 - \rho_{acqua})/(\rho_2 - \rho_{acqua}).$

È stato così provato che la *legge delle velocità* di Galileo tra sfere di dimensioni uguali ma di diversa densità, vale anche quando si è lontani dalla velocità limite purché le velocità siano ottenute misurando lo spazio percorso in tempi uguali, che è uno dei due modi in cui Aristotele definisce la velocità, e purché le loro densità siano prossime a quella dell'acqua, $\rho_{acqua} = 1$ kgdm^{-3}.

Con i dati disponibili, è possibile concludere la simulazione. Anzitutto, con l'espressione (13) valuto il tempo necessario perché la sfera percorra tutto lo spazio disponibile $s_{max} = 1$ m.

(17) $t \approx [2s_{max}\, \tau/ v_\infty]^{1/2} \approx 70$ s

Nella tabella che segue ho raccolto i risultati ottenuti per i valori di t elencati nella prima colonna. Nella seconda colonna vi sono i valori della velocità v(t) dati dalla relazione esatta (10). Nella terza colonna, lo spazio percorso s(t) è calcolato con la relazione esatta (8). Nella quarta colonna, lo spazio è ottenuto dalla formula approssimata (13).

t in s	$v(t)$ in ms^{-1}	$s(t)$ in m	$s(t) = 0{,}0002\, t^2$
1	0,0000404	0,0002	0,0002
10	0,003968	0,0200	0,0200
20	0,00779	0,0788	0,0800
30	0,01144	0,1750	0,1800
40	0,01495	0,3071	0,3200
50	0,01833	0,4736	0,5000
60	0,02157	0,6731	0,7200
70	0,02468	0,9045	0,9800

Nell'intervallo di tempo [1- 70] secondi la velocità cresce in modo abbastanza lineare con il tempo e questo avviene perché il rapporto t/τ rimane sempre minore di 1. Nei primi 20 secondi i risultati della formula approssimata coincidono con quelli ottenuti dalla formula esatta perché $t/\tau << 1$.

La simulazione che ho presentato non è del tutto arbitraria perché i dati di partenza e i risultati non sono molto differenti da quelli ricavati da una esperienza suggerita da Galileo, che probabilmente l'ha anche fatta[8]:

> [...] una volta andando in barca, facesse d'avervi un vaso assai profondo, pieno d'acqua, ed avesse accomodato una palla di cera o d'altra materia che lentissimamente scendesse al fondo, sì che in un minuto d'ora appena calasse un braccio.

La distanza qui indicata può essere tanto quella del braccio a terra (0,550 m) che quella del braccio da panno (0,583 m). La massa specifica della palla di cera si ottiene dall'equazione (13) e il risultato non è lontano da quello dato in (7):

$$\rho_{sfera} = \rho_{acqua}\ (1 - 2s/g\, t^2)^{-1} = 1{,}031\ \text{kg/dm}^3.$$

A parte la curiosità che ho voluto far notare della coincidenza tra la mia simulazione e l'esperimento suggerito nel *Dialogo*, non c'è dubbio che fin dal tempo del *De motu* Galileo abbia fatto esperimenti con sfere di cera leggermente appesantita, perché nel *Trattato* troviamo la frase seguente[9]:

> E se ancora immaginiamo, per esempio, una grande quantità di cera che galleggia sull'acqua, e questa cera la mescoliamo con sabbia o con qualcos'altro di più grave, cosicché finalmente diventa più pesante dell'acqua e a stento comincia a scendere lentissimamente, se prendiamo una particella di questa cera, come la

[8] G.G., vol. VII, *Dialogo sopra i due massimi sistemi*, p. 275.

[9] G.G., Vol. I, *De motu*, p. 264.

centesima [parte], chi mai crederebbe che essa o non discenderà o [discenderà] cento volte più lentamente di tutta la cera? Nessuno certamente.

Galileo parla non solo di cera che scende lentamente, ma anche di cera che sale dal fondo[10]:

> [...] consideriamo due mobili, come un pezzo di cera e una vescica gonfiata, che si muovono entrambe verso l'alto dal profondo dell'acqua, ma la cera più lentamente della vescica, chiediamo che sia concesso che se si riuniscono le due insieme, il composto debba risalire più lentamente della sola vescica, ma più velocemente della sola cera.

Di palle di cera appesantita Galileo parla diffusamente nel *Discorso ...delle cose che stanno in su l'acqua* e nelle scritture connesse. Cito solo alcuni passi:

> e chi vorrà vederne prontamente l'esperienza in qualche altra materia trattabile e che agevolmente si riduca in ogni figura, potrà pigliar della cera pura, e facendone prima una palla, o altra figura solida, aggiungervi tanto di piombo, che appena la conduca al fondo, sì che, un grano di manco, non bastasse per farla sommergere[11].

> Preparata una tal materia, e fattone, per esemplo, una palla grande quanto una melarancia, o più, e fattala tanto grave ch'ella stia al fondo, ma così leggiermente che, detrattole un solo grano di piombo, venga a galla e aggiuntolo torni al fondo[12].

> Fassi una palla di cera, grande come una noce in circa, e si proccurà farla di superficie liscia al possibile, che si farà con l'andarla ammaccando leggiermente con un vetro terso e lustro; di poi si librerà con un poco di piombo postovi dentro, sì che sommersa sotto l'acqua descenda, ma con poca forza al fondo…[13]

> Immaginatevi una palla di vetro sottilissima, la quale piena di cera pesi, v.g., dieci libbre e una dramma, ma che tanta mole d'acqua pesasse solamente dieci libbre; quella palla, come più grave una dramma d'altrettant'acqua, andrà senz'altro affondo[14]

> Se io prenderò due moli, v.g., di cera, e una di loro ingravirò con l'aggiugnervi limatura di piombo, questi due corpi, se ben in aria non aranno mutato spezie di gravità, sendovi ambedue gravi e descendenti, tutta via l'averanno ben mutata nell'acqua, dove uno descenderà in fondo, e l'altro dal fondo ascenderà in alto[15]

---

[10] G.G., vol. I, *De motu*, p. 265.

[11] G.G., Vol. IV *Discorso*, p. 83.

[12] G.G., Vol. IV *Discorso*, p. 89.

[13] G.G., vol. IV, *Lettera a Tolomeo Nozzolini*, p. 304.

[14] G.G., Vol IV, *Considerazioni sopra 'l discorso del Colombo*, p. 606.

[15] G.G., Vol IV, *Considerazioni sopra 'l discorso del Colombo*, p. 630.

La bilancetta

Per valutare la velocità delle sfere Galileo deve essere in grado di confrontare palle di cera con masse specifiche che si scostano da quella dell'acqua per quantità dell'ordine del centesimo di grammo o meno. Questo gli è possibile perché ha costruito la sua bilancia idrostatica, che è citata nel Dialogo tra Alessandro e Domenico che è la parte più antica del *De motu*:

> ALESSANDRO: non posso davvero evitare di dimostrarti alcuni teoremi, che conoscendoli non solo comprenderai in modo estremamente chiaro ciò che chiedi, ma anche quale proporzione i corpi, sia i pesanti che i leggeri, hanno con la celerità o la lentezza del loro moto e quale è la proporzione di gravità e di leggerezze di un medesimo e unico corpo, se lo pesiamo in mezzi differenti: le quali cose tutte mi fu dato di dimostrare, quando cercai di trovare la vera regola con la quale si può assegnare in maniera esattissima quanta parte di ogni singolo metallo ci sia nel misto di due metalli.

La bilancetta non è, dunque, una ricerca a sé stante, ma è stata costruita in funzione degli esperimenti del moto in acqua. La sua *bilancetta*, è tanto sensibile e affidabile[16] quanto le altre bilance di precisione del suo tempo. I pesi specifici dei metalli e delle pietre della sua *Tavola delle proporzioni delle gravità in specie*[17] sono dati con la precisione del sessantesimo di grano[18] e sono paragonabili alle corrispondenti determinazioni moderne. La sua speciale bilancia, con la quale può distinguere variazioni del peso specifico intorno a 1/1000 del peso complessivo, è preferibile alle normali bilance quando occorre stabilire il peso specifico di corpi di densità molto prossima a quella dell'acqua, perché il loro peso diventa assai piccolo quando sono immersi. Per quanto concerne la sua precisione, ricordo come è stata costruita la *Bilancetta*:

> Per fabricar, dunque la bilancia, piglisi un regolo lungo almeno due braccia, e quanto più sarà lungo più sarà esatto. [...] e poi vo riempiendo tutto lo spazio tra *e*, *f* coll'avvolgervi un filo sottilissimo d'ottone, il quale dividerà lo spazio *ef* in molte particelle uguali […] Ma qui è da avvertire che nasce una difficultà nel contare:

---

[16] Per la precisione della sua bilancia si veda: Roberto Vergara Caffarelli, *Galileo e Pisa*, Pisa 2004, pp. 23-25, dove confrontando le sue misure di densità di oro, argento, diamante e rame con misure effettuate nel secolo XIX, si dimostra che la precisione è di circa il 4/°°.

[17] G.G., vol. I, *La Bilancetta*, pp. 215-220; *Tavola delle proporzioni delle gravità in specie de i metalli e delle gioie pesate in aria ed in acqua*, pp. 225-228.

[18] 1 libbra (339,5 g) = 12 once; 1 oncia (28,29 g) = 288 grani. Il grano quindi corrisponde a 0.0491 g. La precisione del sessantesimo di grano corrisponde a meno di un milligrammo. Nella Lettera del 1° agosto 1639 diretta a Giovanni Battista Baliani, Galileo scrive: «...servendoci massime di una bilancia così esatta che tira ad un sessantesimo di grano», si veda G.G., vol. XVIII, p. 77. In un esperimento con la bilancia dell'8 agosto del 1662 gli Accademici del Cimento fanno questa osservazione: «…furono questi Pesi presi sempre con tanta esattezza, che il Peso di un solo quarantottesimo di grano dava il tratto alle Bilance, all'una o all'altra che si aggiungesse», e in un altra esperienza del 5 del successivo settembre trovo che si servirono di una «...bilancia che tirava a 1/48 di grano» (GIOVANNI TARGIONI TOZZETTI, *Notizie degli Aggrandimenti delle Scienze Fisiche accaduti in Toscana nel corso di anni LX del secolo XVII*, T. II, pp. 462-463) e

però che, per essere quei fili sottilissimi, come si richiede all'esquisitezza, non è possibile colla vista numerarli, però che tra sì piccoli spazii si abbaglia l'occhio. Adunque, per numerargli con facilità, pigliai uno stiletto acutissimo, col quale si vada adagio adagio discorrendo sopra detti fili; ché, così, parte mediante l'udito, parte il ritrovar la mano ad ogni filo l'impedimento, verranno con facilità detti fili numerati

Un semplice ragionamento permette di valutare la precisione: la bilancia ha bracci simmetrici lunghi circa 600 mm e con un filo d'ottone del diametro di 0,6 mm si può dividere uno dei bracci in 1000 parti (o in più parti se ha usato un filo più sottile); le masse delle sfere sono intorno a 0,1 kg. Galileo può dunque distinguere con la sua bilancia, spostando il contrappeso di quanto è lo spessore del filo, una differenza di massa di circa 10^{-4} kg e arrivare ad una densità del misto di cera e sabbia così vicina a quello dell'acqua, che sia solo 1/1000 maggiore di quella. Ma la precisione maggiore, quella che serve per misurare le velocità, si ha quando le palle di cera sono in acqua, perché su un braccio della bilancia adesso vi sono frazioni di grammo e lo spostamento del contrappeso permette di misurare quantità piccolissime che sono limitate solo dagli attriti.

L'esperimento

I ragionamenti svolti finora sono stati tutti necessari perché sono il fondamento che mi hanno guidato nella ricostruzione degli esperimenti galileiani, che adesso mi accingo a descrivere.
Il recipiente con l'acqua è un semplice cilindro di vetro, uno di quelli normalmente utilizzati per fiori, a cui è stato applicato un pendolo così fatto: una lamina di ottone piegata a U è inserita nel bordo del cilindro; sul lato esterno della lamina è fissato un

dischetto di ottone contenente un cuscinetto a sfere; l'estremità di un'asta di acciaio piegata ad L è inserita nel cuscinetto una massa scorrevole lungo l'asta (Fig. 1) determina il periodo del pendolo e la sua posizione è scelta in modo che una oscillazione completa impieghi un secondo[19].

In posizione diametralmente opposta è fissata al bordo del cilindro di vetro un'altra lamina di ottone piegata a U, che porta un fermo per tenere in tensione un filo d'acciaio, che ha l'altro capo fissato sulla base che sostiene il cilindro. Lungo il filo scorrono cilindretti di PVC per fissare le posizioni raggiunte dalla sfera nella sua discesa ad ogni oscillazione del pendolo.

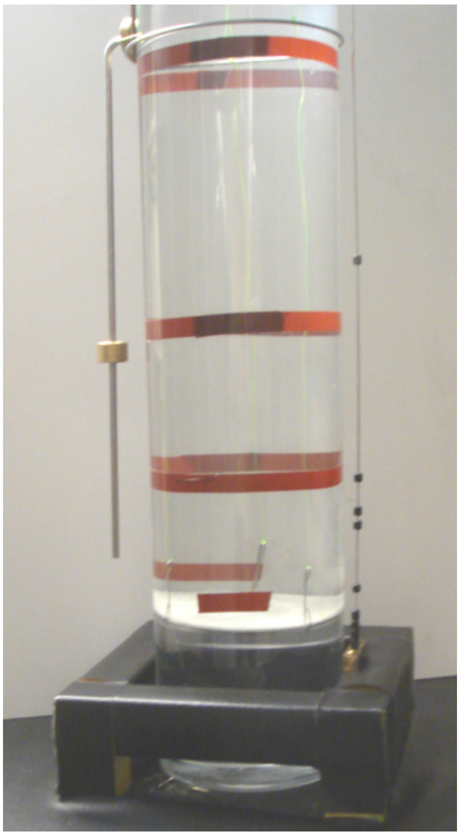


Fig. 1

Altre distanze dal bordo del cilindro sono segnate con un nastro adesivo che gira intorno alla parete parallelamente al bordo. La distanza più vicina è a circa 0,10 m dal bordo e serve come punto di partenza delle sfere; le altre distanze sono a 0,19 m, a 0,30 m e a 0,39 m dal punto di partenza per misure con il cronometro. Il diametro del cilindro è di 0,14 m e la sua altezza utile è circa 0,4 m.

Le misure delle masse in aria ed in acqua sono state eseguite con il dispositivo mostrato in fig. 2, nel quale è presente una bilancia, costruita nel secolo XIX che è sensibile a variazioni di massa dell'ordine di un centesimo di grammo.

[19] Ho preso i tempi di 30 oscillazioni: 30,39 s - 30,22 s - 30,37 s - 30,37 s - 30,49 s. Benché il periodo del pendolo è in media T = 1,0123 s, per semplicità approssimo la sua durata a un secondo netto.

Fig. 2

Nella pubblicazione ricordata all'inizio[20], alla quale rinvio per chi vuole conoscere tutti i dettagli, ho descritto le procedure che ho seguito per formare le palle di cera; ho segnalato la loro non perfetta sfericità e l'estrema inomogeneità dovuta alla concentrazione di pallini di piombo utilizzati per raggiungere la densità prossima a quella dell'acqua; ho analizzato le cause delle difficoltà incontrate nell'esecuzione degli esperimenti; ho illustrato il protocollo seguito nel misurare il volume e la massa specifica delle sfere . In quello che segue mi limito a riassumere i risultati ottenuti, che sono elencato nelle schede seguenti dove, oltre ai dati relativi ad ogni palla di cera e alla sua foto che mette in evidenza la distribuzione dei pallini di piombo, vi sono riportate le misure dello spazio complessivo $s(n)$ percorso fino alla ennesima oscillazione del pendolo; il valore $s(n)_{\mathrm{TEORICO}}$ previsto dalla teoria di Newton per quel percorso; la progressione dei singoli accrescimenti $s(n+1) - s(n)$ degli spazi; in ultimo il valore $a = 2s(n)/n^2$ che avrebbe l'accelerazione se lo spazio fosse percorso in moto uniformemente accelerato.

Si nota subito che piccole variazioni dei dati portano a risultati notevolmente differenti tra loro: la palla denominata Z percorre in 2 secondi circa lo stesso spazio che la palla K percorre in 4 secondi e l'unico dato che può essere stato rilevante in questo risultato è la differenza di massa specifica che esiste tra loro

$\rho_Z - \rho_{\mathrm{Acqua}} = 0{,}03274$ kg/dm^3,
$\rho_K - \rho_{\mathrm{Acqua}} = 0{,}01040$ kg/dm^3,

una quantità che interviene linearmente nella formula teorica dello spazio percorso:

(13) $$s(t) \approx (1/2)\, t^2\, g(\rho - \rho_{\mathrm{acqua}})/\rho.$$

[20] ROBERTO VERGARA CAFFARELLI, *Galileo Galilei and motion. A reconstruction of 50 years of experiments and discoveries*, Bologna, Berlin, Heidelberg, New York, 2009.

(13) può essere riscritta nella forma $t = [2\rho\ s(t)\ /\ g\ (\rho - \rho_{acqua})]^{1/2}$. Si introducono i valori di K e di Z e si fa il rapporto dei tempi:

$t_K / t_Z = [\rho_K s_K (\rho_Z - \rho_{acqua}) / \rho_Z\ s_Z\ (\rho_k - \rho_{acqua})]^{1/2} = 1{,}7$

da cui segue il rapporto tra numeri massimi di oscillazioni complete $n_K / n_Z = 2$

SFERA Z

$m_Z^{aria} = 0{,}10219$ kg

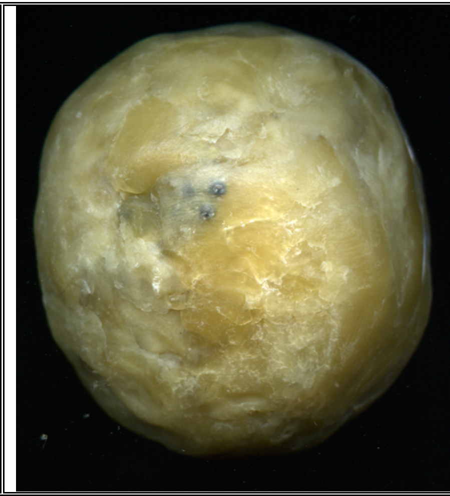
$m_z^{acqua} = 0{,}00324$ kg;

$\rho_Z = 1{,}03274$ kg/dm^3;

$Ø_Z^{medio} = 0{,}05739$ m

$v_\infty \approx 47$ ms^{-1}.

$\tau \approx 153$ s



N°	*s*(*n*)	*s*(*n*)$_{TEORICO}$	*s*(*n*+1) - *s*(*n*)	*a* = 2*s*(*n*)/*n*^{2}
1	0.152	0,153	0,049	0.304
2	0,307	0,612	0,155	0,154

SFERA K

$m_K^{aria} = 0{,}10158$ kg.

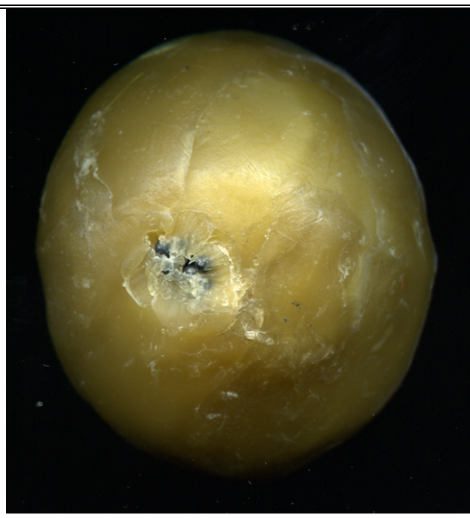
$m_K^{acqua} = 0{,}00104$ kg.

$\rho_K = 1{,}01034$ kg/dm^3.

$Ø_K^{medio} = 0{,}05765$ m

$v_\infty = 9{,}37$ms^{-1}.

$\tau = 71{,}5$ s



N°	*s*(*n*)	*s*(*n*)$_{TEORICO}$	*s*(*n*+1) - *s*(*n*)	*a* = 2*s*(*n*)/*n*^{2}
1	0.049	0,051	0,049	0.096
2	0.132	0,202	0.083	0,066
3	0,236	0,454	0.104	0,052
4	0,332	0,806	0.96	0,042

SFERA D

m_D^{aria} = 0,098570 kg.

m_D^{acqua} = 0,000290 kg.

ρ_D = 1,002950 kg/dm^3.

$Ø_D^{\ medio}$ = 0,05727 m

v_∞ = 6,51 ms^{-1}.

τ = 225,6 s

N°	$s(n)$	$s(n)_{TEORICO}$	$s(n+1) - s(n)$	$a = 2s(n)/n^2$
1	0.008	0,014	-	0,016
2	0.050	0.057	0.042	0025
3	0,107	0.129	0.057	0,024
4	0,164	0,229	0.057	0,020
5	0.229	0,358	0.065	0,018
6	0,285	0,514	0.056	0,016
7	0,345	0,699	0.060	0,014

Dal confronto tra la seconda e la terza colonna delle tabelle è immediatamente evidente il distacco tra misure e previsioni teoriche. Voglio adesso mostrare che queste differenze sono dovuto essenzialmente all'azione sulla sfera dell'acqua che interagisce con le pareti e con il fondo del cilindro. Una quantificazione, sia pure approssimata, del rallentamento dovuto alle dimensioni finite di un recipiente cilindrico, quando il moto è lungo il suo asse centrale, può essere ottenuta usando la formula seguente[21]:

(18) $$v_\infty^{teorico} = v_\infty^{effettivo}\,(1 + 2{,}4\ r/R)(1 + 3{,}3\ r/H).$$

In (18) r è il diametro della sfera in moto, R il diametro interno del recipiente cilindrico e H l'altezza misurata dal punto in cui inizia il moto fino al fondo del recipiente.

Nel nostro caso le sfere K, Z, D hanno diametri sostanzialmente identici, e quindi fattore correttivo è lo stesso per tutte, dato da:

(19) $$v_\infty^{teorico} = 1{,}85\ v_\infty^{effettivo}.$$

[21] W. H. Gibson, L. M. Jacobs, *The Falling Sphere Viscosimeter*, Journ. Chem. Soc., Vol. 117, 1920, pp. 473-478.

Nelle tabelle seguenti le misure sperimentali sono confrontate con i dati previsti dalla teoria, corretti con l'introduzione di $v_\infty^{\text{effettivo}}$ al posto di $v_\infty^{\text{teorico}}$. Si può vedere che, dopo la correzione, i risultati sperimentali sono compatibili con quelli teorici.

	Z		K		D	
	ρ_Z = 1,03274		ρ_K = 1,01034		ρ_D = 1,00295	
n	$s_Z\ (n)$	$s(n)_{\text{teorico}}$	$s_K\ (n)$	$s(n)_{\text{teorico}}$	$s_D\ (n)$	$s(n)_{\text{teorico}}$
1	0,152	0,083	0,049	0,028	0,008	0,007
2	0,307	0,331	0,132	0,109	0,050	0,031
3			0,236	0,245	0,107	0,070
4			0,332	0,436	0,164	0,124
5					0,229	0,193
6					0,285	0,278
7					0,345	0,378

Adesso non rimane altro che controllare la formula introdotta da Galileo per i rapporti tra velocità.

(16) $$v_1/v_2 \approx (\rho_1 - \rho_{\text{acqua}})/(\rho_2 - \rho_{\text{acqua}}).$$

Per le sfere *Z* e *K* si ha

v_Z/v_K = 0,03274 / 0,010134 = **3,18** (3.10 con la correzione ρ_K / ρ_Z)

da confrontare con

$s_Z\ (1) / s_K\ (1)$ = 0,152 / 0,049 = **3,10**

$s_Z\ (2) / s_K\ (2)$ = 0,307 / 0,132 = **2,33**

Per le sfere Z e *D* si ha

v_Z/v_D = 0,03274 / 0,00295 = **11,1** (10,78 con la correzione ρ_D / ρ_Z)

da confrontare con

$s_Z\ (1) / s_D\ (1)$ = 0,152 / 0,008 = **19,00**

$s_Z\ (2) / s_D\ (2)$ = 0,307 / 0,050 = **6,14**

per le sfere *K* e *D* si ha

$v_K / v_D = 0{,}01034 / 0{,}00295 \quad = \mathbf{3{,}50}$ (3,47 con la correzione ρ_D / ρ_K)

da confrontare con

$s_K (1) / s_D (1) = 0{,}049 / 0{,}007 \quad = \mathbf{7{,}0}$

$s_K (2) / s_D (2) = 0{,}132 / 0{,}031 \quad = \mathbf{4{,}26}$

$s_K (3) / s_D (3) = 0{,}236 / 0{,}070 \quad = \mathbf{3{,}37}$

$s_K (4) / s_D (4) = 0{,}332 / 0{,}124 \quad = \mathbf{2{,}68}$

Ritengo che il risultato ottenuto sia complessivamente da valutarsi come abbastanza soddisfacente, considerando che il mio esperimento è stato condotto in maniera approssimativa e frettolosa. Avendo acquistato pratica, adesso potrei fare meglio, anche se la suprema abilità di Galileo è per me irraggiugibile.

Gli esperimenti andrebbero ripetuti con palle di cera di massa specifica ancora più vicina a quella dell'acqua, in un recipiente più grande e soprattutto con sfere uguali, nelle quali sia distribuita in maniera omogenea la quantità di sabbia o di limatura di piombo (o di ottone, materia che non avvelena) necessaria a farle scendere o salire lentamente.

Mi sembra anche di aver portato un certo numero di argomenti a favore dell'ipotesi che ho sostenuto nella mia recente pubblicazione, cioè che fin dal tempo del suo insegnamento pisano Galileo abbia studiato con accurate esperienze il moto nell'acqua, e che lo abbia fatto secondo il metodo che è stato quello degli anni più tardi, che consiste nel prendere in considerazione un'ipotesi sensata e probabile; in funzione di questa creare esperimenti per provarne la validità e soltanto dopo la sua verifica sperimentale proclamarla vera.

Non posso, però, escludere che nelle sue ricerche Galileo si sia imbattuto in qualche risultato contraddittorio e che per questo motivo non sia stato più esplicito e concreto nei suoi esempi. Così, infatti, farà in seguito, per esempio, quando deciderà di nascondere le difficoltà incontrate negli esperimenti con il rotolamento delle sfere sul piano inclinato.

L'ipotesi di riportare a prima del 1593 gran parte delle ricerche sull'acqua implica che Galileo terrà per sé la parte più interessante della sua ricerca pisana e che la renderà pubblica solo dopo venti anni, quando, per nostra fortuna, fu sfidato a sostenere il suo punto di vista contro quello degli aristotelici fiorentini capeggiati da Ludovico delle Colombe.

Sono molti gli indizi che avvalorano l'ipotesi che il *De motu*, soprattutto nella sua ultima stesura, presuppone la realizzazione di accurati esperimenti con palle di cera minimamente appesantite. Anzitutto, sono a favore le citazione che ho riportato; poi la costruzione della *bilancetta*, necessaria a determinare masse specifiche che differiscono da quella dell'acqua per quantità dell'ordine di 10^{-4}; poi, la scoperta dei fenomeni di superficie (tensione superficiale, adesione, bagnabilità).

Fenomeni di superficie

Negli esperimenti con palle di cera è necessario di tenere le palle immerse e osservare le oscillazioni del pendolo in modo da lasciarle andar giù in coincidenza con il passaggio del pendolo sulla verticale. Nel fare questo più volte mi è successo di vederle galleggiare, invece che scendere. Quando è successo la prima volta, ho pensato immediatamente alla tensione superficiale ma con stupore, perché mi sembrava impossibile che la tensione prevalesse sulla gravità di un ettogrammo di cera, ma subito dopo mi sono ricreduto ricordando che la gravità complessiva di quella palla nell'acqua era solo quella di alcuni grammi. Nel *De motu* c'è un passo che evoca il fenomeno[22]:

> Perché se c'è qualche causa per accidente, come, per esempio, la figura del mobile, questa non deve essere messa tra le cause in sé: e alla figura aggiungi ciò che aiuta poco o impedisce il moto *come faremo vedere a suo luogo*[23]. Neppure si deve venire subito agli estremi, come sono soliti fare molti che considerano, per esempio, una gran quantità di piombo e, dall'altra parte, una sua piccolissima lamina o foglia sottile, che qualche volta perfino galleggia sull'acqua: perché, infatti, c'è tra le parti, sia di aria che di acqua, una certa coerenza e (per dir così) tenacità e viscosità, che non può essere superata da una gravità minima.

Se a Pisa Galileo, come sono certo e mi sembra di aver dimostrato, si è fabbricato palle di cera così leggere da pesare in acqua pochissimo, certamente si è accorto, così come è successo a me, di questo straordinario effetto, di cui più volte ha parlato nei suoi scritti del 1612. L'interpretazione del fenomeno della tensione superficiale è personalissima e ovviamente diversa da quella odierna.

Per capire in che maniera sia giunto alle sue conclusioni dobbiamo anche supporre che nelle sue ricerche sul peso specifico di alcuni materiali solidi si sia imbattuto in un altro fenomeno notevole, quello dell'adesione dell'acqua, molto facile da notare nel caso di piastre che vengono immerse nell'acqua e poi riportate in aria[24]. Di questo fenomeno Galileo ci ha lasciato una splendida descrizione[25].

> Io mi fingo d'essere in questione con alcuno degli avversarii, se la figura abbia

---

[22] G.G., vol. I, *De motu*, p. 266.

[22] In questa citazione e nella seguente il corsivo è mio. Il proposito di discutere le varie cause della resistenza opposta dal mezzo non ha avuto un seguito nel *De motu*.

[24] Nella seconda delle due tabelle delle densità che accompagnano *La Bilancetta* ci sono pezzi sicuramente piatti, come *oro d'ungaro* e *argento di Testoni*, ambedue del peso di 576 grani ossia esattamente un'oncia di Firenze, che corrisponde a circa 28 g. Non credo che siano monete, bensì due piccoli lingotti ricavati fondendo il metallo delle monete di quel nome, e questi lingotti sono certamente piatti. È probabile che nell'operazione di immersione e successivo ritiro dall'acqua Galileo si sia accorto del fenomeno dell'adesione: se, per esempio, dopo aver equilibrato la sua bilancia con il lingotto in acqua, Galileo avesse riportato il contrappeso nella posizione che corrisponde al suo peso in aria, non avrebbe visto inclinarsi il braccio fino all'emersione totale del lingotto, perché le forze di adesione lo avrebbero trattenuto alla superficie. Questa è solo una delle possibili maniere di imbattersi accidentalmente nel fenomeno, ma fa riflettere sulla possibilità che la scoperta risalga ai primi usi della *bilancetta*.

[25] G.G., vol. IV, *Discorso…*, p. 121-122.

azione alcuna circa l'accrescere o diminuire la resistenza in alcun peso all'essere alzato nell'aria; e pongo di voler sostener la parte affermativa, affermando che una mole di piombo, ridotto in figura d'una palla, con manco [= *meno*] forza s'alzerà che se il medesimo fusse fatto in una sottilissima e larghissima falda, come quello che in questa figura spaziosa ha da fender gran quantità d'aria, e in quella più ristretta e raccolta, pochissima. E per mostrar come tal mio parer sia vero, sospendo da un sottil filo, prima, la palla, e quella pongo nell'acqua, legando il filo, che la regge, ad uno de' bracci della bilancia, la quale tengo in aria, e all'altra lance vo aggiugnendo tanto peso, *che finalmente sollevi la palla del piombo e l'estragga fuor dell'acqua; per che fare vi bisognano, v. g., 30 once di peso* [0,8487 kg]: riduco poi il medesimo piombo in una falda piana e sottile, la qual pongo parimente nell'acqua, sospesa con 3 fili, li quali la sostengano parallela alla superficie dell'acqua; e aggiugnendo, nello stesso modo, pesi nell'altra lance, *sin che la falda venga alzata ed estratta fuori dell'acqua, mostro che once 36* [1,018 kg] *non son bastanti di separarla dall'acqua e sollevarla per aria*: e sopra tale esperienza fondato, affermo d'aver pienamente dimostrata la verità della mia proposizione. Si fa l'avversario innanzi e, faccendomi abbassare alquanto la testa, mi fa veder cosa della quale io non m'era prima accorto, e mi mostra che, nell'uscir che fa la falda fuor dell'acqua, ella si tira dietro un'altra falda d'acqua, la quale, avanti che si divida e separi dalla inferior superficie della falda di piombo, si eleva sopra il livello dell'altr'acqua *più che una costola di coltello*: torna poi a rifar l'esperienza con la palla, e mi fa veder che pochissima quantità d'acqua è quella che s'attacca alla sua figura stretta e raccolta: mi soggiugne poi, che non è maraviglia se nel separar la sottile e larghissima falda dall'acqua si senta molto maggior resistenza che nel separar la palla, poiché insieme con la falda si ha da alzar gran quantità d'acqua, il che non accade nella palla. Fammi, oltr'a ciò, avvertito, come la nostra quistione è, se la resistenza all'esser sollevato si ritrova maggiore in una spaziosa falda di piombo che in una palla, e non se più resista una falda di piombo con gran quantità d'acqua che una palla con pochissima acqua. Mostrami, in fine, che il por prima la falda e la palla in acqua, per far prova poi delle loro resistenze in aria, è fuor del caso nostro, li quali trattiamo del sollevare in aria e cose locate in aria, e non della resistenza che si fa ne' confini dell'aria e dell'acqua e da cose che sieno parte in aria e parte in acqua; e finalmente mi fa toccar con mano, che quando la sottil falda è in aria e libera dal peso dell'acqua, con la stessa forza a capello si solleva che la palla. Io, vedute e intese queste cose, non so che altro fare se non chiamarmi persuaso, e ringraziar l'amico d'avermi fatto capace di quello di che per l'addietro non mi era accorto: e da tale accidente avvertito, dire a gli avversarii, che la nostra quistione è, se egualmente vada al fondo nell'acqua una palla e una tavola d'ebano, e non una palla d'ebano e una tavola d'ebano congiunta con un'altra tavola d'aria; e, più, che noi parliamo dell'andare o non andare al fondo nell'acqua, e non di quello che accaggia ne' confini dell'acqua e dell'aria a' corpi che sieno parte in aria e parte in acqua; né meno trattiamo della maggiore o minor forza che si ricerchi nel separar questo o quel corpo dall'aria; non tacendo loro, in ultimo, che tanto per appunto resiste e, per così dire, pesa l'aria all'in giù nell'acqua, quanto pesi e resista nell'acqua all'in su nell'aria, e che la stessa fatica ci vuole a mandar sott'acqua un utre pien d'aria che ad alzarlo in aria pien d'acqua, rimossa però la considerazion del peso della pelle e considerando l'acqua e l'aria solamente. [...] Al che ne séguita, che non meno trapassi i limiti delle convenzioni quello che produce una tavola congiunta con molta aria, per vedere se discende al fondo nell'acqua, che quello che fa prova della resistenza all'esser sollevato in aria con una falda di piombo congiunta con altrettanta acqua.

Galileo si è fatto l'idea che la palla, quando è introdotta con cautela in acqua, si porta appresso uno strato di aria aderente alla sua superficie e che, se la palla ha massa specifica prossima a quella dell'acqua, quest'aria aggiunta alla cera ne abbassa la massa specifica portando a valori minori di quella dell'acqua. La palla così galleggia. Galileo, però, ha scoperto un altro fenomeno notevole, quello della bagnabilità: se si bagna la superficie emersa, interrompendo il contatto con l'aria, la palla affonda. La tavoletta di ebano galleggia:

> [...] perché nel sommergersi sin che la sua superficie arriva al livello di quella dell'acqua, ella perde una parte della sua gravità, e 'l resto poi lo va perdendo nel profondarsi e abbassarsi oltre alla superficie dell'acqua, la quale intorno intorno li fa argine e sponda; e tal perdita fa ella mediante il tirarsi dietro e far seco discender l'aria superiore e a sé stessa, per lo contatto, aderente, la quale aria succede a riempier la cavità circondata da gli arginetti dell'acqua; sì che quello che in questo caso discende e vien locato nell'acqua, non è la sola lamina o tavoletta d'ebano, o di ferro, ma un composto d'ebano e d'aria, dal quale ne risulta un solido non più in gravità superiore all'acqua, come era il semplice ebano...[26]

Subito dopo descrive il fenomeno della *bagnabilità*:

> E per separare l'aria dall'ebano, non ci vuole altro che sottilmente bagnar con la medesima acqua la superficie di essa tavoletta, perché, interposta così l'acqua tra la tavola e l'aria, l'altr'acqua circonfusa scorrerà senza intoppo, e riceverà in sé, come conviene, il solo e semplice ebano. […] In oltr'è falso che la tavoletta vada al fondo in virtù del nuovo peso aggiuntole dall'acqua col semplicemente e sottilissimamente bagnarla: perché io metterò dieci e venti gocciole d'acqua sopra la medesima tavoletta, mentre che ella è sostenuta su l'acqua, le quali gocciole, purché non si congiungano con l'altr'acqua circunfusa, non la graverranno sì che ella si profondi; ma se, tolta fuori la tavoletta e scossa via tutta l'acqua che vi aggiunsi, bagnerò con una sola piccolissima goccia la sua superficie, e tornerò a posarla sopra l'acqua, senza dubbio ella si sommergerà, scorrendo l'altr'acqua a ricoprirla, non ritenuta dall'aria superiore, la qual aria, per l'interposizione del sottilissimo velo dell'acqua che le leva la contiguità dell'ebano, senza renitenza si separa, né contrasta punto alla succession dell'altr'acqua; anzi pure, per meglio dire, discenderà ella liberamente, perché già si trova tutta circondata e coperta dall'acqua, quanto prima la sua superior superficie, già velata d'acqua, arriva al livello della superficie totale di essa acqua.

L'esperienza del "bicchiero inverso".

Ecco come Galileo presenta questa bellissima esperienza:

---

[26] G.G., vol. IV, *Discorso intorno alle cose che stannno in su l'acqua*, pp. 98-98.

Non voglio già restare di dichiararmi meglio intorno al modo col quale la palla di cera si solleva dal fondo dell’acqua, in virtù dell’aria che se gli manda col bicchiero inverso: il quale modo non è altramente per attrazione di vacuo, mentre che il bicchiere con velocità si alzasse; anzi è necessario sollevare il bicchiere lentissimamente, dando tempo che l’acqua possa subintrare a suo bell’agio a proibire il vacuo: ma la causa del sormontare la palla è la aria che gli resta contigua. Però noti V. S. come procede l’esperienza. Fassi una palla di cera, grande come una noce in circa, e si proccura farla di superficie liscia al possibile, che si farà con l’andarla ammaccando leggiermente con un vetro terso e lustro; di poi si librerà con un poco di piombo postovi dentro, sì che sommersa sotto l’acqua, descenda, ma con poca forza, al fondo: questa medesima palla, posata leggiermente nell’acqua, farà (la sua superficie di sopra mentre sia asciutta) i suoi arginetti, i quali, per l’aria in essi contenuta, la sosterranno; ma rompendo detti argini, descenderà in fondo, come più grave dell’acqua, e vi resterà: ma spignendogli sopra il bicchiere inverso pieno di aria, come prima detta aria arriva alla palla, l’acqua scacciata dall’aria cede[27], lasciando parte della palla scoperta e totalmente asciutta, per essere la cera ben tersa e per natura alquanto untuosa; il che V. S. potrà vedere per la trasparenza del vetro: onde intorno a quella parte di superficie rimasta, come io dico, asciutta, e circondata dall’aria che è nel bicchiere, tornano a farsi li suoi arginetti; per lo che, ritirandosi in su pian piano il bicchiere, l’acqua stessa che lo seguita riconduce in su la palla galleggiante, e sostenuta non per attrazione di vacuo o di altro, ma dall’aria contenuta dentro a gli arginetti nel modo dichiarato; ed usando diligenza nel separar il bicchiere dall’acqua, sì che ella non si agiti né ondeggi, la palla resta come prima a galla. Questo, dunque, è il modo col quale l’aria concorre al galleggiamento de i corpi più gravi dell’acqua[28].

L'esperienza è così ben descritta che può essere eseguito alla lettera.

FILMATI RELATIVI AD ALCUNE ESPERIENZE DESCRITTE NEL TESTO.

1) **Il moto in acqua** (videoregistrazione di Alberto di Lieto).
2) **Rimbalzi visti da sotto** (videoregistrazione di Federico Quaglierini).
3) **Rimbalzi visti da sopra** (videoregistrazione di Federico Quaglierini).
4) **L'esperienza del *bicchiero inverso*** (videoregistrazione di Federico Quaglierini).

---

[27] La spiegazione è semplice; quando il recipiente ha raggiunto il fondo, l’aria al suo i nterno ha ricevuto una certa compressione: se indico l’altezza iniziale dell’aria nel cubo con h_i e quella finale - quando il cubo è sul fondo - con h_f e l’altezza finale dell’acqua nella vaschetta con H, per la legge di Boyle, $P_0 h_i = P_F h_f$, con $P_0 = 1$ atmosfera e $P_F = P_0 + \rho_{ACQUA} g(H - h_i + h_f)$. Introducendo $K = g\rho_{ACQUA}/P_0 \approx 0{,}952$ m, si ha relazione finale $h_f^2 + h_f[K(H - h_i) + 1] - h_i = 0$. Per $H = 0{,}050$ m e $h_i = 0{,}088$ m si ha $h_f = 0{,}084$ m e all'interno del cubo di vetro l'acqua è alta solo 4 millimetri.

[28] G.G., vol. IV, *Lettera a Tolomeo Nozzolini* p. 304.