

IL PENDOLO DI GALILEO

Roberto Vergara Caffarelli
Dipartimento di Fisica Enrico Fermi
Università di Pisa

Le inventioni sono difficili ma lo aggiongervi è facile

Niccolò Tartaglia
QUESITI ET INVENTIONI DIVERSE
Sotto il suo ritratto, nel frontespizio

Alla fine del '500 presso il Collegio Romano, parallelamente ai corsi pubblici consistenti in lezione ordinarie e in ripetizioni, spesso si tenevano conferenze su argomenti specifici. Secondo Ugo Baldini¹, accanto alle singole conferenze aperte a tutti, che erano chiamate *accademie*, vi erano due altre accademie di livello superiore: la prima consisteva in “una serie di conferenze, dibattiti, ed anche lezioni su un tema o una disciplina, aventi carattere avanzato rispetto alle trattazioni offerte dai corsi pubblici, [...] distinti da questi perché non basati sulla ricezione passiva ma su una interazione tra i partecipanti e perché, spesso, la discussione di singoli argomenti era affidata agli allievi”. Un'altra “accademia” corrispondeva a “un gruppo permanente [...] avente come scopo la ricerca”.

Un manoscritto autografo² di Christoph Grienberger³, probabilmente risalente al gennaio del 1596, dal titolo: *Problema Mechanicorum Circa motus Ponderum*, potrebbe essere la stesura del canovaccio di una di queste *accademie* di secondo livello. In favore di tale ipotetica destinazione vi è non solo la forma colloquiale dello scritto⁴, ma anche la sua incompiutezza.

¹ U. BALDINI e P.D. NAPOLITANI, *Christoph Clavius, Corrispondenza*. Pisa 1992 (inedito), vol. I, parte I, p. 71.

² Conservato in APUG (Archivio Pontificia Università Gregoriana) Fondo Curia 20523 – VIII 7r-8v.

³ Christoph Grienberger nacque a Hall nel Tirolo il 2 luglio 1561 e morì a Roma l'11 marzo 1636. Fu ammesso alla Compagnia di Gesù nella provincia dell'Austria nel 1580. Negli anni 1583-84 seguì i corsi di retorica e di filosofia nel collegio di Praga, poi nel 1589-91 studiò teologia e insegnò matematica nel collegio di Vienna, che lasciò per andare ad insegnare matematica nel Collegio Romano. A Roma rimase fino alla morte, tranne un periodo passato in Portogallo (1599-1602) nei collegi di Lisbona e di Coimbra e un periodo in Sicilia presso il collegio di Palermo (1607-1610). Il suo nome appare frequentemente nelle OPERE DI GALILEO GALILEI, Firenze 1968. Si vedano le sue lettere a Galileo nel volume XI, pp. 31-35; 130. 272, 477, 479 e una lettera a lui di Galileo nel volume XI pp. 178-203. È citato variamente nei volumi X-XVIII, contenenti l'epistolario galileiano. Si veda: U. BALDINI e P.D. NAPOLITANI, op.cit., Vol. I, parte II, Biografie, pp. 55-57. Inoltre: MICHAEL JOHN GORMAN, *Mathematics and Modesty in the Society of Jesus, The Problems of Christoph Grienberger (1564-1636)*, from *The New Science and Jesuit Science: Seventeenth Century Perspectives*, ed. Mordechai Feingold, Dordrecht: Kluwer, 2003 (Archimedes vol. 6), pp. 1-120.

⁴ Per esempio, vi si legge ad un certo punto “Unde rem me facturum hisce meis Auditoribus, non ingratum mihi visus sum, si ea brevitare qua pare, quaestioni huic difficillime, finem hodierna die imponerem optatum”, cioè: “Da dove ritenni che avrei fatto cosa non sgradita a questi miei ascoltatori se quest'oggi avessi data la spiegazione desiderata con quella concisione che sottostà a questo problema così difficile”.

L'argomento della conferenza è presentato subito all'inizio:

<p>Quaestio est non minus gravis quam iucunda, quam in medium adferre solent ij, qui de motu gravium pertractant. u[i]d[elice]t. Cur ea quae gravia sunt dum feruntur non eadem semper velocitate cieantur: sed quandoque moueantur tardius, quandoque celerius impellantur. Praesertim quando constat rei gravi gravitatem aliam nec accessisse nec decessisse.</p>	<p>Vi è un argomento che è insieme importante e divertente, che coloro che trattano del moto dei gravi sono soliti introdurre, cioè, perché quelle cose che sono gravi finché sono spinte, non sempre si muovono con la stessa velocità, ma ora si muovono più lentamente, ora si muovono più velocemente. Soprattutto quando è certo che nel grave non entra né esce altra gravità.</p>
--	--

Grienberger lascia da parte la spiegazione di coloro che, considerando la cosa da un punto di vista puramente fisico, si rifanno al mezzo che spinge o rallenta il corpo, preferendo coloro che vogliono pensare in modo più astratto e che aggiungono un'altra causa.

<p>Ei vero qui magis abstracti videri volunt, adhuc aliam causam adijciunt. Nempe, diversum rei situm seu positionem, quam sane plurimum posse in re gravi vel concitanda vel retardanda manifeste experientia deprehendunt Advertunt enim in Stateris, aliisque similibus Machinis, eandem rem tanto amplius gravitare, quanto a loco suspensionis fuerit remotior. Immo Archimedes, alique in suis Mechanicis, non solum rem ita se habere agnoscunt; sed firmissimis in super rationibus demonstrant, qua proportione, in quaelibet distantia, pondus quoduis; plus minusve gravitet, et consequenter quanto maiori minorive impetu feratur dum fertur.</p>	<p>Appunto, osservano in modo chiaro con l'esperienza che nel grave in verità il diverso sito o posizione dell'oggetto può spingere o ritardare moltissimo. Osservano che nelle bilance, e nelle altre Macchine analoghe, lo stesso oggetto quanto più lontano è dal punto di sospensione, tanto più è pesante. Anzi, Archimede e altri nelle loro Meccaniche, non solo conoscono che la cosa sta in questi termini, ma dimostrano inoltre con ragionamenti fondatissimi, in quale proporzione, in qualsivoglia distanza, ogni peso, più o meno graviti, e di conseguenza con quanto maggiore o minore impeto si muova mentre si muove</p>
--	--

Grienberger afferma che non mancarono uomini “gravissimi et doctissimi” che si sono sforzati allo scopo di riuscire in questo problema, ma che non ha trovato nessuno che lo abbia risolto e ricorda alcuni nomi: Giordano, Cardano e Tartaglia.

<p>Jordanus ig[itu]r et Cardanus, nec non Nicolaus Tartalea casum propositum diligentius considerantes, si tum illum, in quo pondus, modo praedicto circumactum plus gravitat, penes lineam quandam quam Directionis vocant, attendunt. Ita ut ibi omnium velocissime rem gravem ferri autument, ubi à linea directionis fuerit remotissime, vel quod idem est; quando linea eum qua pondus circa locum suspensionis circumfertur Horizonti fuerit Parallela.</p>	<p>Dunque, Giordano e Cardano, ed anche Niccolò Tartaglia, che hanno considerato con molto scrupolo il caso menzionato, rivolgono inoltre l'attenzione a che se il peso, fatto girare nel modo detto prima, gravita di più presso quella linea che chiamano di Direzione, Cosicché affermano che il grave si muove nel modo più veloce di tutti là dove sarà il più lontano dalla linea di direzione, o, il che è lo stesso, quando sarà parallela all'orizzonte la linea con la quale il peso gira intorno al punto di sospensione.</p>
---	--

Da quanto è scritto, è chiaro che per tutti loro la velocità di un corpo è proporzionale alla sua gravità secondo la posizione, cioè alla risultante del peso e della reazione vincolare. Per far capire il loro ragionamento Grienberger si serve di un disegno. Ecco come presenta l'argomento:



Quorum sententia ut melius percipiatur, figuratione aliqua lineari utendum puto. Sit ergo res gravis seu pondus aliquod A. idque applicatum in extremitate hastae alicuique AE, seu potius in extremitate lineæ mathematicæ AE. Sic enim solum habebitur ratio ponderis A, et nihilominus recta AE, habebit rationem hastae, rem gravem sustententis. Locus aut suspensionis seu fulcri, sit punctum E, cui u[i]d[e]t[ur] secundum alteram extremitatem semper adhaereat recta AE. Quo posito manifestum est: si pondus A, una cum recta AE circumducatur; rectam quidem AE, describitur circulum; centrum vero gravitatis ponderis A delineaturum eiusdem circuli circumferentiam ABCD.

Penso di dovermi servire di qualche figura geometrica perché si percepisca meglio il loro modo di vedere. Sia data dunque una cosa grave ossia un qualche peso A, e questo sia attaccato all'estremità di qualche asta AE, o meglio all'estremità della linea matematica AE. Infatti, così si terrà conto solo del peso A, e ciononostante la retta AE terrà conto dell'asta che sostiene la cosa grave. Il luogo poi della sospensione, ossia del fulcro, sia il punto E, al quale è sempre attaccata la retta AE vicino all'altra estremità. Posto ciò, è chiaro: se viene fatto girare il peso A insieme alla retta AE, senza dubbio la retta AE descriverà un cerchio, infatti il centro di gravità del peso A tratterà la circonferenza ABCD del medesimo cerchio.

Si è partiti dalla bilancia, strumento abituale dei meccanici, e si è arrivati al pendolo, cioè ad una situazione sperimentale del tutto nuova per la meccanica aristotelica, di cui c'è però qualche traccia nei tre autori evocati da Grienberger. Dalla *letteratura* che ha incontrato sull'argomento, tuttavia, il nostro gesuita trae solo tre considerazioni di non molto rilievo. Se non avesse scritto, poco prima, che intendeva dare “la spiegazione desiderata con quella concisione che sottostà a questo problema così difficile”, si potrebbe pensare che nella *accademia* di quel giorno volesse solo porre il problema e

aprire una discussione. Ecco come riassume i contributi di Giordano, Cardano e Tartaglia al moto di un corpo sospeso ad un'asta:

<p>Et primo quidem dicunt. Pondus vg. A si eius centrum gravitatis statuatur in linea directionis AC, sive supra centrum E, sive // infra, perpetuo quiescere. idque asserunt haud male. Ea enim est natura Gravium, ut omnia deorsum per lineam rectam tendant et nunquam subsistant, nisi quando ad centrum mundi, quo tendunt peruenerit, vel quando in linea illa per quam descendunt impedimentum aliquod offenderint. Atque pondus existens in A, invenit in linea directionis AC, per quam ex eo loco ad mundi centrum tendit, lineam AE, quae fixa ponitur in E et dum idem pondus est in C, non descendit amplius, eo quod, dependeat ex recta EC. Ergo, ubicunque pondus A, reperitur in linea Directionis AC, nullo modo movebitur sed nisi inde vi aliqua alia propellatur semper in eadem linea quiescet.</p> <p>[...]Secundo affirmant dicti Auctores; Pondus A, extra lineam Directionis necessario descendere, etiam si recta EA, cui ipsum est affixum, adhaerat centro E. Et in hoc quoque à veritate non recedunt. Licet enim Pondus A, transportatum v.g. in F, vel in B, non possit recta ad centrum mundi descendere propterea quod ponatur affixum rectae EF: <i>[inserted: quae ipsum a descensu recto prohibet]</i> appropinquabit tamen continuo eidem centro, descendendo per circumferentiam FBC, (cuius omnes partes ut praediximus aliae alijs sunt decliviores;) cum in ea nullum offendat obstaculum, et quidem eo usque descendet donec perveniat ad punctum C, quod infimum est in circumferentia circuli ABCD, ibique tandem quiescet.</p> <p>[...]Tertio denique conantur ostendere, Pondus quoduis maxime omnium gravitare positum in linea Horizontali BD, nempe in puncto B, vel D. in alijs vero locis plus minusve, pro ut hierit vicinius puncto A, vel C. Et quamvis pluribus utantur argumentis ad hoc persuadendum, unum tamen est quod maiorem videtur habere probabilitatem, facileque ex supra concessis efficitur, si unum illud supponatur quod est verissimum: videlicet semi diametrum EB, maiorem esse quavis alia perpendiculari demissum ex quovis alio puncto</p>	<p>E in primo luogo, appunto, dicono che il peso A rimarrà sempre fermo se ha il centro di gravità posto lungo la linea della direzione AC sia sopra il centro E, sia sotto. Infatti, la natura dei Gravi sta nel tendere tutti secondo una linea retta verso il basso e nel non fermarsi, se non quando sono giunti al centro del mondo, verso cui tendono, oppure se incontrano qualche ostacolo in quella linea lungo la quale discendono. Il peso quando sta fermo in A sulla linea della direzione AC, lungo la quale da quel luogo tende verso il centro del mondo, trova la linea AE, che è fissata in E, e quando lo stesso peso è in C, non scende di più, proprio perché è appeso alla linea EC. Ne segue che, ovunque il peso A si troverà lungo la linea della direzione AC, non si muoverà in nessun modo ma sempre rimarrà fermo sulla stessa linea a meno che di lì sia allontanato da qualche altra forza.</p> <p>[...] In secondo luogo affermano detti autori che fuori dalla linea della direzione il peso A scende inevitabilmente, quantunque la linea EA, a cui lo stesso è infisso, sia attaccata al centro E. In ciò non sono lontani dalla verità. Infatti, benché il Peso A, portato per esempio, in F, oppure in B, non possa scendere in linea retta verso il centro del mondo, per il fatto che è attaccato alla retta EF, che gli impedisce di scendere in linea retta, tuttavia si avvicinerà continuamente allo stesso centro, scendendo lungo la circonferenza FBC, della quale tutte le parti, come abbiamo detto prima, sono entrambe più inclinate) in quanto lungo di essa non trova alcun ostacolo, e perciò discende finché non giunge al punto C, che nella circonferenza del cerchio ABCD è il più basso, e qui finalmente si ferma.</p> <p>[...]In terzo luogo, infine, tentano di mostrare che più di tutti gravita qualsiasi peso posto lungo la linea orizzontale BD, evidentemente nel punto B o D; infatti, negli altri luoghi più o meno, a seconda che si trova più vicino al punto A o al punto C. E benché si servano di molti argomenti per convincere di ciò, vi è uno tuttavia che sembra avere maggiore credibilità, e segue facilmente da quanto sopra è stato concesso, se questo solo si suppone, il che è verissimo: cioè che il semidiametro EB è più grande di qualsiasi altra perpendicolare tracciata da qualsiasi altro punto della circonferenza sulla linea della direzione AC, cioè è maggiore della perpendicolare FG e questa è maggiore di qualsiasi altra che sia più lontana dal punto B, o piuttosto da detto semidiametro BE.</p>
---	---

A questo punto Grienberger smette di scrivere e noi non sapremo mai cosa disse quel giorno ai suoi ascoltatori, seppure parlò di tutto ciò. Da queste carte, però, abbiamo appreso una cosa importante, che nel Collegio Romano alla fine del secolo XVI si studiava un nuovo problema di meccanica. A prenderlo in considerazione, forse per primo, era stato Niccolò Tartaglia, nell'ottavo libro dei suoi *Quesiti et inventioni diverse*⁵, stampato a Venezia nel 1546. Nel quesito XXIII Tartaglia, infatti, presenta la seguente *petitione*⁶, in cui considera due bilance uguali. Nella prima bilancia

nell'istremità del braccio BA vi sta appeso el corpo .a. poniamo di “libre due in gravità & nell'istremità de l'altro braccio, cioè in punto C non vi sia alcuna altra gravità

Per l'altra bilancia l'unica differenza sta nel peso del corpo appeso, che per essa è di “una libra sola in gravità”. L'esperimento, su cui si basa la *petitione* consiste in questo:

& stiano li detti dui corpi, così congiunti ellevati con la mano in alto egualmente, come che di sotto appar in figura. Hor adimando, che mi sia concesso, lasciando andare cadauno de detti dui corpi così in alto ellevati, che il corpo .a. (per esser più grave) discenda più velocemente al basso del corpo .d.

La giustificazione di questa *petitione*, (nel dargli questo nome lui stesso la giudica non del tutto evidente), è che, trattandosi di due semicirconferenze di uguale raggio, gli spazi percorsi sono gli stessi, e perciò il tempo per arrivare in basso è minore per il corpo più pesante. Non possiamo non rilevare come il risultato sia errato. Se avesse fatto l'esperienza avrebbe trovato un risultato opposto, perché il moto di un pendolo dipende ben poco dalla massa appesa e in ogni modo la massa maggiore sposta il centro di gravità del braccio della bilancia, allungando il pendolo composto. A una massa maggiore corrisponde, paradossalmente, un periodo maggiore, quindi più tempo per arrivare in basso.

Sull'assenza di ogni base sperimentale nei postulati sul moto risalenti a Giordano Nemorario torneremo in seguito; ma è interessante notare che nell'introduzione del *Liber Jordani de ponderibus*, edito da Petrus Apianus a Nuremberg nel 1533 si prospetta una situazione che ricorda in qualche maniera il pendolo. L'autore osserva che la gravità, maggiore o minore a seconda della posizione (cioè della reazione vincolare), esiste sia quando c'è moto, per esempio quando il peso si trova il più lontano dal centro, con il braccio della bilancia posto orizzontalmente, sia quando rimane fermo nella posizione più bassa quando tutta la gravità è annullata dalla sospensione. E aggiunge:

Sicut si la

pis suspendatur in recto domus ad locum ponderis, & q̄ pendeat in li-
bra.

⁵ *Quesiti, et inventioni diverse de NICOLO TARTALEA brisciano*, Venetia 1546, pp. 83v-84r; idem 1554, p.85r; idem 1562, pp. 87v-88r.

⁶ Tartaglia distingue i principi di una scienza, dividendoli in *suppositioni* che si suppongono vere e in *petitioni* per le quali: “volendo disputare tal scientia & quella sostentare con dimostrazioni, bisogna prima adimandare all'avversario la concessione de quelli, perché se lui non li volesse concedere (ma negare) saria negata tutta la scientia, ne vi occorreria a disputarla artramente”.

Sicut si lapis suspendatur in tecto domus in loco ponderis, quod pendet in libra

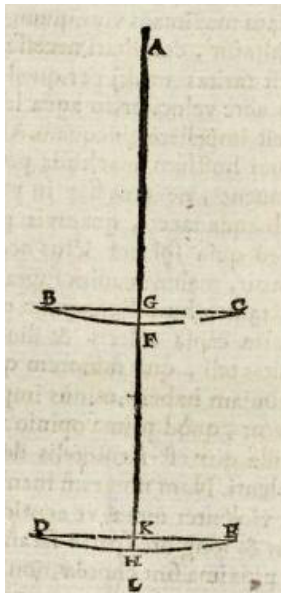
Chissà cosa altro avrà suscitato l'interesse di Grienberger per il problema del moto così vincolato? Forse una domanda rivoltagli da uno studente o da un collega, forse la lettura del *De Subtilitate*⁷ di Girolamo Cardano - pensiamo soprattutto a questo brano del secondo libro, che riproduciamo per intero.

<p>DE SUBTILITATE LIBER SECUNDUS 1663 p. 394</p> <p>Sed quum per æquidistantem finitori lineam tam difficulter grauia moueantur, cur est quòd suspensa facilè adeò impelluntur, vt annulus filo suspensus spontè videatur moueri, atque ob id etiam præcantationis præse fert imaginem?</p> <p>Causa est, quòd tota vis integra impellenti relinquitur: qui verò proiicit, duo facit, sustinet & impellit: at appenso pondere, quum ab alio iam sustineatur: quicquid virium est ad impulsum integrum manet.</p> <p>At vero quum impellitur, tanta fermè viredit ad medium, quanta ab illo, depulsum est: igitur quum ea vi iam depulsum fit à medio, gratia exempli per cubiti spatium, tantundem discedere in contrariam partem necessarium erit, atque ita continuo ac alternato reditu tardissimè conuiescere.</p> <p>Cùm igitur in annulo motus hic vel occulta spirituum motione paululùm iuuatur, adeò spontè augetur, vt verbis vim fuisse credas.</p> <p>Quamobrem cùm paulò concitator est annuli motus, ipso iam (vt dixi) seipsum mouente, videtur annulo dæmon inesse, qui annulum moueat.</p> <p>Est autem motus hic etiam in filo longiore faciliior, euidenti demonstratione. Sit enim annulus in F, & moueatur per BC, suspensus in A, & rursus suspensus in A ponatur in G, & moueatur per DHE, quæ sit æqualis BFC, & L centrum terræ: constat igitur, quod dum est in F, mouebitur contra naturalem motum per FG: & dum est in H, per HK, sed HK est breuior FG, vt in primo de Circulis demonstraui.</p> <p>Igitur cùm potentia mouens eadem sit, & quod</p>	<p>DE SUBTILITATE LIBRO SECONDO 1663 p. 394</p> <p>Ma, dato che i gravi si muovono con tanta difficoltà lungo una direzione equidistante dall'orizzonte, perché è che sono mossi tanto facilmente quando sono sospesi, cosicché un anello appeso ad un filo sembra che si muova da sé, e anzi, per questo, mostra le sembianze di un incantesimo?</p> <p>La causa è che tutta la forza rimane integra nella spinta: chi spinge avanti, in realtà, fa due cose, sostiene e spinge; al contrario, con il peso appeso, poiché adesso è sostenuto da altro: ogni forza applicata rimane intatta nella spinta.</p> <p>Ma pure, quando è spinto, [<i>il peso</i>] ritorna al centro all'incirca con tanta forza, quanta da quello era stato allontanato: quando dunque con quella forza viene allontanato dal centro, per esempio, per la distanza di un braccio, sarà necessario che si allontani altrettanto dalla parte opposta, e che così con un continuo e alternato ritorno a poco a poco arrivi fino a fermarsi.</p> <p>Poiché dunque riguardo all'anello questo moto è un pochino aiutato persino da un occulto impulso di spiriti, a tal punto è aumentato da sé che a parole crederesti che sia stata una forza</p> <p>Perciò quando il moto dell'anello è spinto un po' di più, muovendosi appunto (come ho detto) da solo, sembra che nell'anello è contenuto uno spirito, che muove l'anello.</p> <p>Questo moto è d'altra parte anche più facile in un filo più lungo, per evidente dimostrazione. Infatti, l'anello sia in F &, sospeso in A, si muova lungo BC; & di nuovo sospeso in A sia posto in G e si muova lungo DHE, che sia uguale a BCF, & L [<i>sia</i>] il centro della terra: è evidente che finché è in F si muoverà contro il moto naturale lungo FG & finché è in H lungo HK, ma HK è più corto di FG, come abbiamo dimostrato nel primo[<i>libro</i>] sui Cerchi</p> <p>Dunque, dato che la potenza motrice è la stessa,</p>
---	--

⁷ HIERONYMI CARDANI [...] De Subtilitate [...] Parisiis 1550, liber II, pp. 50v, 51, 51v. Idem, Lugduni 1580, pp.96, 97. Idem, Operum, Lugduni, 1663, Tomus Tertius, De Subtilitate, p. 394

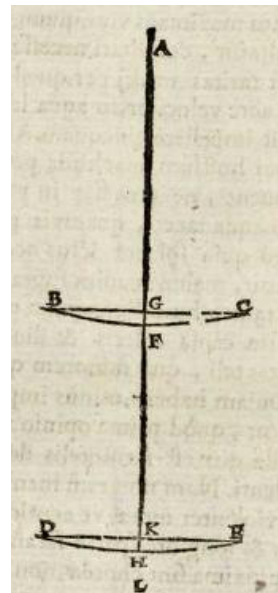
mouetur idem, & maius transeat spatium in F quàm in H, à centro, seu magis ascendat, transibit illud in longiori tempore: igitur si in æquali tempore debent moueri, minore impetu indiget H, quàm F, & ideò quantò altiùs suspenditur, eò faciliùs mouetur mobile, & minori labore.

Cùm igitur filum longum fuerit, initium motus ducet, vel ab incauto manuum motu, vel ab aëre, vel à spiritibus ipsis, quorum vis etiam per filum descendit. Ita adeò facili motu illius, & tot causis mouentibus, nil mirùm immotis digitis, & fili initio anulum moueri, quo moto vix cessationis, cùm graue (vt dixi) appensum tam pertinaciter seipsum moueat, initium poterit inuenire: atque hoc modo præcantatione moueri videtur.



& ciò che è mosso [è] lo stesso, & in F percorre una distanza dal centro maggiore che in H, ovvero sale di più, percorrerà quello in un tempo più lungo: dunque, se si debbono muovere in tempi uguali, occorre una spinta in H minore che in F, & perciò quanto più alto è sospeso, a causa di ciò il mobile si muove più facilmente e con minor sforzo.

Poiché, dunque, il filo è lungo, ha inizio il moto o da un incauto gesto delle mani, o dall'aria, o dagli stessi spiriti, la cui forza anche scenda lungo il filo. Così certamente per la facilità a muoversi di quello & per le tante cause che possono muoverlo, non è per nulla strano che l'anello si muova con le dita tenute ferme e [appeso] al principio del filo, talché messo in movimento difficilmente potrà trovare l'inizio della quiete poiché il grave (come ho detto) appeso, muove se stesso così tenacemente, e in questo modo sembra muoversi per incantesimo



Vogliamo sottolineare due sue osservazioni, la prima vera e la seconda errata: a) che il moto è simmetrico e il corpo risale per quanto è sceso, b) che corpi appesa a fili di lunghezza diversa possono oscillare in tempi uguali, purché il più lungo riceva una spinta minore. Riscriviamo quest'ultima affermazione, che merita essere messa in evidenza.

igitur si in æquali tempore debent moueri, minore impetu indiget H, quàm F, & ideò quantò altiùs suspenditur, eò faciliùs mouetur mobile, & minori labore.

se si debbono muovere in tempi uguali, occorre una spinta in H minore che in F, & perciò quanto più alto è sospeso, a causa di ciò il mobile si muove più facilmente e con minor sforzo.

Qui, il concetto sottostante è che per una stessa lunghezza dell'arco, se il raggio è maggiore, lo spostamento verticale è minore e quindi è più *facile* e si realizza con minor *sforzo*, cioè - in termini attuali - ci vuole un lavoro minore. Purtroppo, ad una considerazione giusta (minore variazione di energia) è associato il tempo, che non c'entra per nulla.

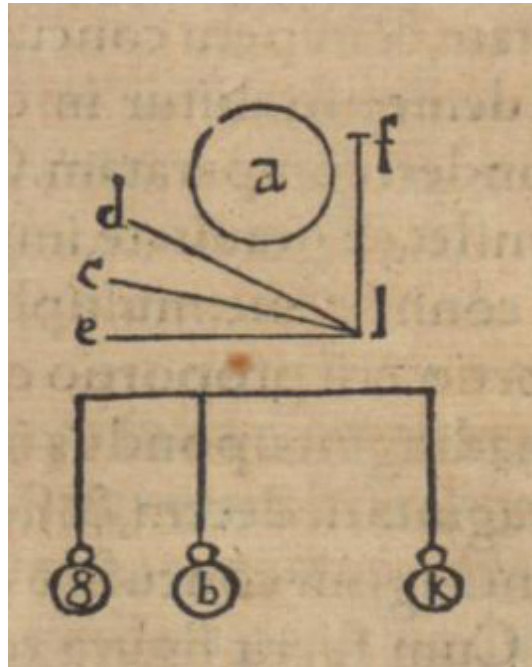
Pur non arrivando sempre alla risposta esatta, Cardano tocca nel suo trattato, in maniera del tutto originale, alcuni punti nuovi di cui certamente Galileo seppe fare buon uso.

Intanto notiamo che per lui, come per Giordano e come per Galileo del *De motu*, vale la regola, già ricordata:

Quanto gravius est, velocius descendere.

dove la velocità è quella aristotelica, del minor tempo nel percorrere lo stesso spazio, o del maggior spazio percorso nello stesso tempo. Il primo contributo a Galileo lo dà quando afferma che la gravità sul piano inclinato è proporzionale all'angolo di inclinazione:

proportio vis, quae movet per bf [direzione verticale] ad vim, quae movet per bc [piano inclinato] & velut anguli per ebf recti ad angulum ebc⁸



Cardano non conosce la dimostrazione di Giordano di Nemi di come cambia la gravità con l'inclinazione del piano, perché questa non è presente nel *Liber de ponderibus* edito

⁸ CARDANO, GIROLAMO, *De Subtilitate*, Lugduni 1663, propositio 72, p. 496. *Opus novum de proportionibus* Basiliae 1570, prop. 72, p. 63

dall'Apiani. Probabilmente non conosce neppure quella contenuta nella prima edizione dei *Quesiti et inventioni diverse* del Tartaglia, uscita nel 1546. A fondamento della dimostrazione di Giordano di Nemi vi sono due postulati di carattere locale, che non ci sembrano fondati sull'esperienza, ma piuttosto sull'opinione ben antica per la quale la velocità cresce con lo spazio verticale percorso. I postulati sono:

a) Secundum situm gravius esse, quanto in eodem situ minus obliquus est descensus	a) È più grave per posizione quando in una data posizione la discesa è meno obliqua
b) Obliquiorem autem descensum, minus capere de directo in eadem quantitate	b) una discesa più obliqua è quella che per una stessa quantità comprende meno della verticale

Con l'applicazione dei due postulati al piano inclinato, il risultato di Giordano è solo una ovvia conseguenza della forma speciale del vincolo, la cui forma impone un movimento rettilineo. Da questa segue la possibilità di comparare la *gravità per posizione* mantenendo l'altezza e variando solo la lunghezza e quindi l'angolo d'inclinazione.

Galileo, non segue Giordano, ma approfondisce il suggerimento di Cardano e utilizza la proprietà della bilancia per dimostrare quella del piano inclinato.

Altri punti di vicinanza tra Cardano e Galileo sono la proprietà cinematica della sfera di muoversi indefinitamente su un piano parallelo all'orizzonte⁹ che è una prima formulazione del principio di inerzia, e la discussione del pendolo.

Dei primi due punti ne ho già parlato altrove¹⁰ Vediamo adesso il pendolo, sul quale abbiamo trovato nel *De motu* un discorso dalle conseguenze notevoli, perché costituisce una conferma della scoperta fatta a Pisa dell'isocronismo delle oscillazioni. Il suo ultimo discepolo e primo biografo, Vincenzo Viviani, la fa risalire proprio al periodo pisano. La ha raccontato, con parole diverse, in più occasioni ufficiali¹¹:

In questo mentre con la sagacità del suo ingegno inventò quella semplicissima e regolata misura del tempo per mezzo del pendolo, non prima da alcun altro avvertita, pigliando occasione d'osservarla dal moto d'una lampada, mentre era un giorno nel Duomo di Pisa; e facendone esperienze esattissime, si accertò dell'egualità delle sue vibrazioni, e per allora sovvennegli di adattarla all'uso della medicina per la misura della frequenza de' polsi, con stupore e diletto de' medici di que' tempi e come pure oggi si pratica volgarmente: della quale invenzione si valse poi in varie esperienze e misure di tempi e moti, e fu il primo che l'applicasse alle osservazioni celesti, con incredibile acquisto nell'astronomia e geografia.

Il capitolo¹² del *De Motu* che interessa è quello che ha per titolo:

<i>In quo causa assignatur, cur minus gravia in principio sui motus naturalis velocius moveantur quam graviora</i>	Dove è attribuita la causa perché nel principio del loro moto naturale i meno gravi si muovono più velocemente dei più pesanti.
--	---

⁹ CARDANO, GIROLAMO *Opus novum de proportionibus*, Basilae 1570, p. 40-41

¹⁰ R. VERGARA CAFFARELLI, *Galileo e Pisa*, Pisa 20004, p. 47.

¹¹ LE OPERE DI GALILEO GALILEI, Firenze 1968 [in seguito semplicemente G.G.], vol. XIX, pp. 597-632 (VINCENZIO VIVIANI, *Racconto istorico della vita del Sig.^r Galilero Galilei*). Si veda anche G.G., vol. XIX, pp. 648-650.

¹² G.G., vol. I, pp. 333-335.

Ed il passo che interessa è questo:

<p>[...]Et hoc idem etiam patet, si quis, eadem manu; eodem tempore, simul sursum 2 frustra; ligni unum; alterum ferreum, proiciat; quorum ferreum vel plumbeum per longius spatium movebitur; quod quidam indicat, virtutem motivam acrius ferro inhaerere et diutius in eo conservari quam in ligno. Hoc idem patet si ex duobus filis aequalibus suspendantur duo pondera, ligneum alterum, alterum plumbeum, et, impetu ex aequali a perpendiculari distantia accepto, derelinquantur; quorum plumbeum per longius temporis spatium certe huc illuc movebitur. Et tandem, qualitates omne scontrarias diutius, quo in graviori ac densiori et magis eis contraria materia impressae fuerint, conservari, in omnibus manifestum est.</p>	<p>[...]Ed inoltre è chiaro anche questo: se qualcuno, con la stessa mano e nello stesso tempo lancia insieme, verso l'alto, due pezzetti, uno di legno e l'altro di ferro; di loro quello di ferro o di piombo si muoverà per una distanza maggiore; il che appunto indica che la virtù motrice si è attaccata più fortemente nel ferro e vi si è conservata più a lungo che nel legno. Ciò appare anche manifesto se due pesi, uno di legno e l'altro di piombo, sono attaccati a due fili uguali e, preso lo slancio da un'uguale distanza dalla perpendicolare, sono lasciati andare; quello di piombo senza dubbio si muoverà qua e là per un più lungo spazio di tempo. E dunque è evidente, che in tutte le cose sono conservate più a lungo tutte le qualità contrarie che sono state impresse in materia più pesante e più densa e a sé più opposta,</p>
---	---

Galileo dà tanto importanza a questo passo, che in un appunto che è stato riportato alla fine del De Motu, inserisce questo pro-memoria¹³:

<p>Quod fortius imprimatur virtus contraria in gravioribus, patet ex his quae, filo suspensa, huc illuc moventur: diutius enim, quo graviora fuerint, movebuntur.</p> <p>Solidiora, graviora ac densiora diutius, acrius, faciliusque qualitates contrarias conservant omnes, ut lapides, qui in hieme longe frigidiores fiunt quam aër, in aestate vero calidiores.</p>	<p>Che una forza contraria è impressa più fortemente nei corpi più pesanti è evidente dalle cose che, dopo essere state sospese con un filo, sono messe in moto avanti e indietro; infatti si muovono più a lungo le cose più pesanti.</p> <p>Le cose che sono più solide, più pesanti e più dense conservano tutte le qualità contrarie più a lungo, più nettamente e più facilmente; come le pietre che d'inverno diventano molto più fredde dell'aria, d'estate invece [<i>diventano</i>] molto più calde.</p>
--	---

Quello che ora interessa non è tanto capire la teoria, recepita da Galileo, della forza impressa e dell'analogia con calore immesso in un corpo, che più o meno lentamente viene riassorbito dall'aria circostante, quanto osservare che egli afferma di aver sperimentato con due pesi, uno di ferro ed uno di legno, sospesi a due fili di uguale lunghezza, e che allontanati dalla perpendicolare e lasciati liberi contemporaneamente, il pendolo con il ferro aveva oscillato per più tempo.

Rifacendo l'esperimento galileiano, con fili di lunghezza di 106 cm e due sfere di diametro quasi uguale (il diametro di quella di legno è 4 cm, di quella di ferro è 4,2 cm) , abbiamo lasciato andare le due sfere partendo da un angolo di una decina di gradi dopo 30 oscillazioni complete la sfera di legno era avanti di circa mezza oscillazione semplice, essendo trascorsi 64 secondi, quindi con un ritardo di poco più di mezzo secondo (periodo medio: circa 2,1 secondi). L'angolo di oscillazione però si è più che dimezzato e quindi si possono confrontare ampiezze diverse e vedere che sono praticamente sincrone.

¹³ G.G., vol. I, pp. 413.