Il laboratorio di Galileo Galilei

PROT. N. A/1666-DIR DEL 21-11-05

Copia conforme al suo originale

DIPARTIMENTO DI FISICA DELLA UNIVERSITA' DI PISA
IN SUPREMÆ DIGNITATIS
1343

Il Segretario Amministrativo
DONATELLA ROSSI

IL LABORATORIO DI GALILEO GALILEI®

di
Roberto Vergara Caffarelli

postaprioritaria
ITALIA € 0,60

PISA
21.11.05

Autoprestazione

Roberto Vergara Caffarelli

CAPITOLO
DEL GALILEO

In biaſimo della Toga.

MI fanno patir certi il grande ſtento,
Che vanno il ſommo bene inveſtigando,
E pure ancor non v'hanno dato drento.
E mi vo col cervello immaginando,
Che queſta coſa ſolamente avviene,
Perchè non è dove lo van cercando.
Queſti Dottor non l'hanno inteſa bene,
Nè ſono entrati per la vera via,
Che gli poſſa condurre al ſommo bene.
Perchè ſecondo l'opinion mia,
A chi vuol una coſa ritrovare,
Biſogna adoperar la fantaſia,
E giocar d'invenzione, e indovinare;
E ſe tu non puo'ire a dirittura,
Mill'altre vie ti poſſono ajutare.
Queſto par, che c'inſegni la natura,
Che quando un non può ir per l'ordinario,
Va dietro a una ſtrada più ſicura.
Lo ſtil dell'invenzione è molto vario;
Ma per trovare il bene, i'ho notato,
Che biſogna proceder pel contrario.
Cerca del male, e l'hai bell'e trovato,
Perocchè'l ſommo bene, e'l ſommo male
S'appajan come i polli di Mercato.

INDICE

I. PRESENTAZIONE

I.1 *Galileo scienziato e costruttore di strumenti scientifici*

"*Il laboratorio di Galileo Galilei*" è un'area attrezzata con apparecchi, macchine ed installazioni, nella quale il visitatore osserva l'esecuzione di esperimenti che sono stati realizzati o proposti da Galileo. Sono anche presenti alcuni suoi contributi alla tecnologia scientifica, illustrati con riproduzione ingrandite degli strumenti da lui ideati.
Al visitatore è proposto un percorso storico-scientifico attraverso una serie di istruzioni che sono:

a) istruzioni grafiche (depliant gratuiti e sistema di poster);

b) istruzioni multimediali (postazioni di computer individuali o terminali collegati ad un server);

c) istruzioni registrate, in varie lingue, inserite in miniregistratori portatili, consegnati all'ingresso;

L'illustrazione degli esperimenti, nel contesto delle ricerche di Galileo, e la loro realizzazione è compito delle guide scientifiche, a cui le apparecchiature sono affidate. Ogni postazione ha una guida scientifica che ripete la sua dimostrazione, che ha una durata prestabilita. Un numero massimo di partecipanti è suggerito per ogni sessione dimostrativa. Intorno ad ogni installazione è delimitata l'area riservata ai partecipanti.
I visitatori che non comprendono l'italiano possono utilizzare registratori per seguire le dimostrazioni in altra lingua che possono conoscere: inglese, francese, spagnolo.
Un'area di approfondimento con computer e una saletta con videoproiezioni permettono di completare l'insieme delle informazioni di base, acquisite nella visita.
Un multimediale, con testi, filmati di esperimenti, grafici e ricostruzioni 3D, sarà consultabile nell'area di approfondimento. Il prodotto sarà anche messo in vendita.
Il catalogo, anch'esso in vendita, costituisce un supporto sia per la preparazione della visita che per una successiva riflessione.
Nel punto di vendita, saranno offerti libri, filmati, multimediali di argomento galileiano e modellini di alcuni strumenti galileiani.
La durata del percorso è di circa tre ore.

Nel percorso storico

a) si apprende quanto ha scritto Galileo sugli esperimenti che verranno proposti, ascoltando la guida scientifica che ne fa un riassunto, oppure ascoltando il registratore.

b) si assiste ad esperimenti sulla falsariga di tali contenuti che, pur facilitati nella loro esecuzione da risorse elettroniche e informatiche e da dispositivi meccanici, permettono al visitatore di cogliere e comprendere la concretezza e il valore delle ricerche galileiane, senza falsarne il contenuto originale;

c) si esplora, consultando computer dedicati o assistendo alla proiezione di video appositamente preparati, la vasta gamma di possibili sviluppi sperimentali e teorici, che seguono facilmente dall'utilizzazione della strumentazione ideata da Galileo, e che potevano essere realizzati dagli studiosi del suo tempo, ma che invece furono compresi molto più tardi.

In sintesi, "*Il Laboratorio di Galileo Galilei*" ha lo scopo di illustrare i contenuti innovatori e la potenzialità di sviluppi delle ricerche del fondatore della scienza moderna, rimasti misconosciuti dai suoi contemporanei e ancor più dalle successive generazioni di scienziati[1].
Il gran numero di esperimenti disponibili, complessivamente oltre 50, rende possibile una strutturazione delle visite in due giornate, proponendo a giorni alterni, insieme ad un nucleo fisso di esperimenti essenziali, alcuni esperimenti accessori.

La domenica potrebbe essere dedicata alle visite scolastiche organizzate, con una illustrazione semplificata degli esperimenti.

L'elenco delle postazioni sperimentali che costituiscono il *Laboratorio* offre una sintesi chiara dell'iniziativa e ne permette una prima visione complessiva.

I.2 *Successione delle postazioni in base a criteri cronologici e logici*

1 (*) Bilancia idrostatica, con misure elaborate al computer.
2 Coppia di pendoli costituiti di materiale diverso per lo studio dell'isocronismo.
3 Pulsilogium
4 Apparecchio per la dimostrazione del teorema delle corde coniugate.
5 (*) Ricostruzione in scala 10 a 1 del compasso di Galileo (fronte e retro). Per le misure vi sarà un "compasso a raggi laser".
6 (*) Semicilindro cavo per lo studio dell'isocronismo del moto. Le oscillazioni delle due sfere sono controllate da sensori ad ultrasuoni, collegati a computer.
7 (*) Piano inclinato con carrucola per lo studio della legge sulla dipendenza dall'angolo e per la dimostrazione del principio di inerzia.
8 Piano inclinato, a inclinazione variabile, con sensori elettronici collegati a campanelli e ad un computer per lo studio delle leggi del moto.
9 (*) piano inclinato assai alto con "raddrizzatore della traiettoria" per la misura della velocità finale in funzione dell'altezza di partenza e per l'illustrazione del moto parabolico.
10. Complesso di installazioni con pendoli per lo studio dell'isocronismo e della dipendenza del periodo dalla lunghezza della sospensione, con applicazione allo studio della percossa e osservazione della conservazione dell'energia e della quantità di moto. Sensori a infrarosso misurano la frequenza di due pendoli e un computer elabora i segnali e le misure prese dalla guida.
11. Installazione con pendoli. Dinamica dell'urto. Conservazione della quantità di moto: il vcalcolatore elabora i risultati delle misure prese dalla guida
12 (*) Murale con pendolo per la osservazione diretta dell'altezza costante raggiunta nelle reciprocazioni (conservazione dell'energia) indipendentemente dalla lunghezza del pendolo (pendolo "interrotto").
13 Orologio ad acqua, con bilancia elettronica e computer, la cui precisione ai centesimi di secondo è controllata con orologio elettronico
14 Valutazione dell'altezza di una corda pendente con l'uso del pendolo lungo un metro.
15 (*) Cabina mobile con pareti trasparenti, in cui sono presenti alcune situazioni, utili alla dimostrazione del

[1] Su tale aspetto si veda l'appendice V *Sulla vericidità degli esperimenti galileiani*.

Principio di relatività di Galileo.

16 Grande bilancia per lo studio della forza della percossa, con puntatore laser per le misure degli effetti del getto d'acqua.

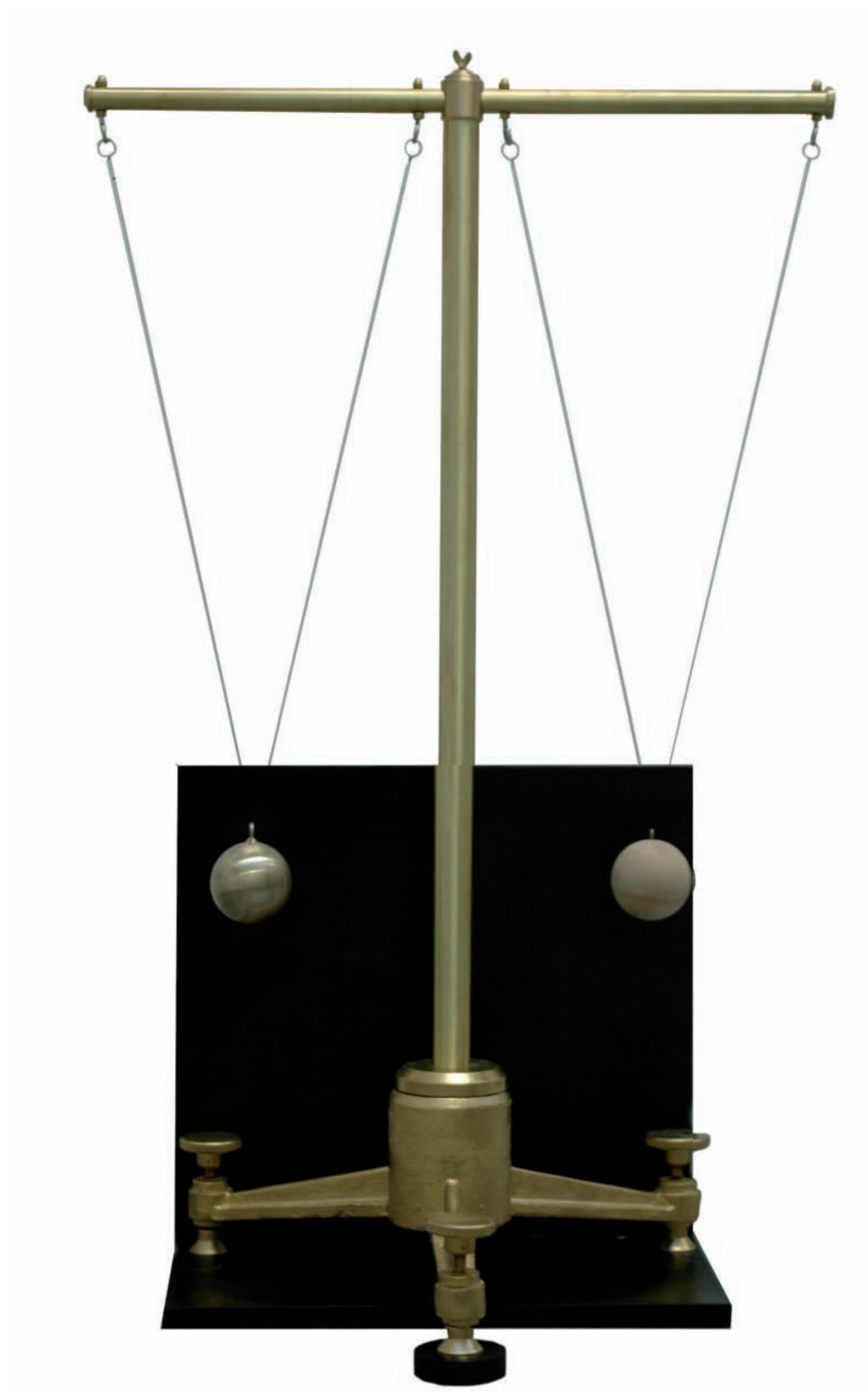
17 (*)Macchina di Galilei, reinventata da Atwood per lo studio della percossa e per l'osservazione della conservazione dell'energia e della quantità di moto.

18 (*)Ricostruzione in scala 10 a 1 dell'orologio a pendolo di Galileo, secondo il disegno di Vincenzio Viviani

19 (*)Altri strumenti saranno presentati attraverso filmati e disegni e riproduzioni in scala. Essi sono: il *telescopio*, il *microscopio*, il *termometro*, il *celatone*.

L'asterisco (*) indica che l'installazione deve essere ancora costruita.
Tutte le installazioni sono descritte in dettaglio nei successivi capitoli.

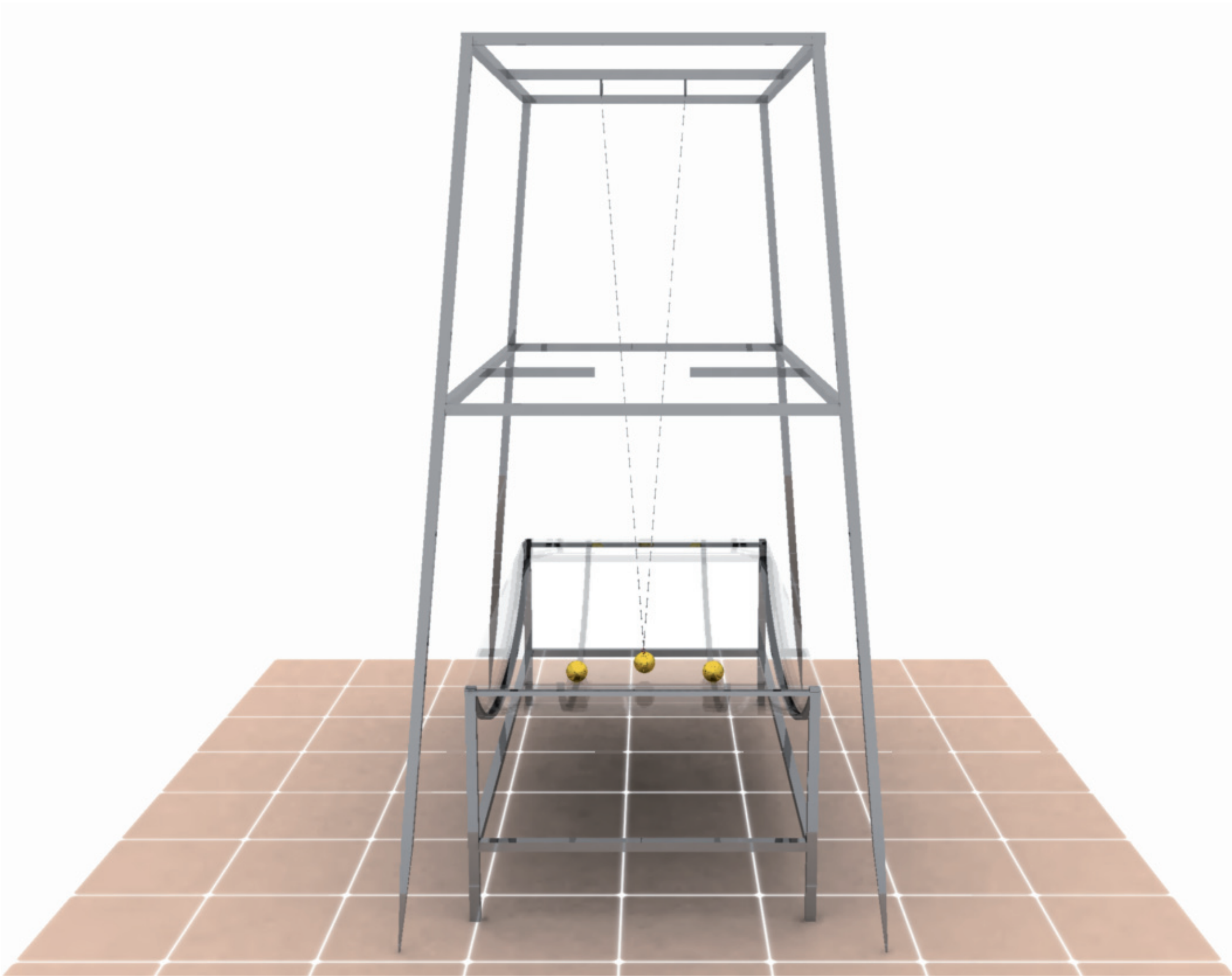
II. ALCUNE VISTE DI POSTAZIONI SPERIMENTALI



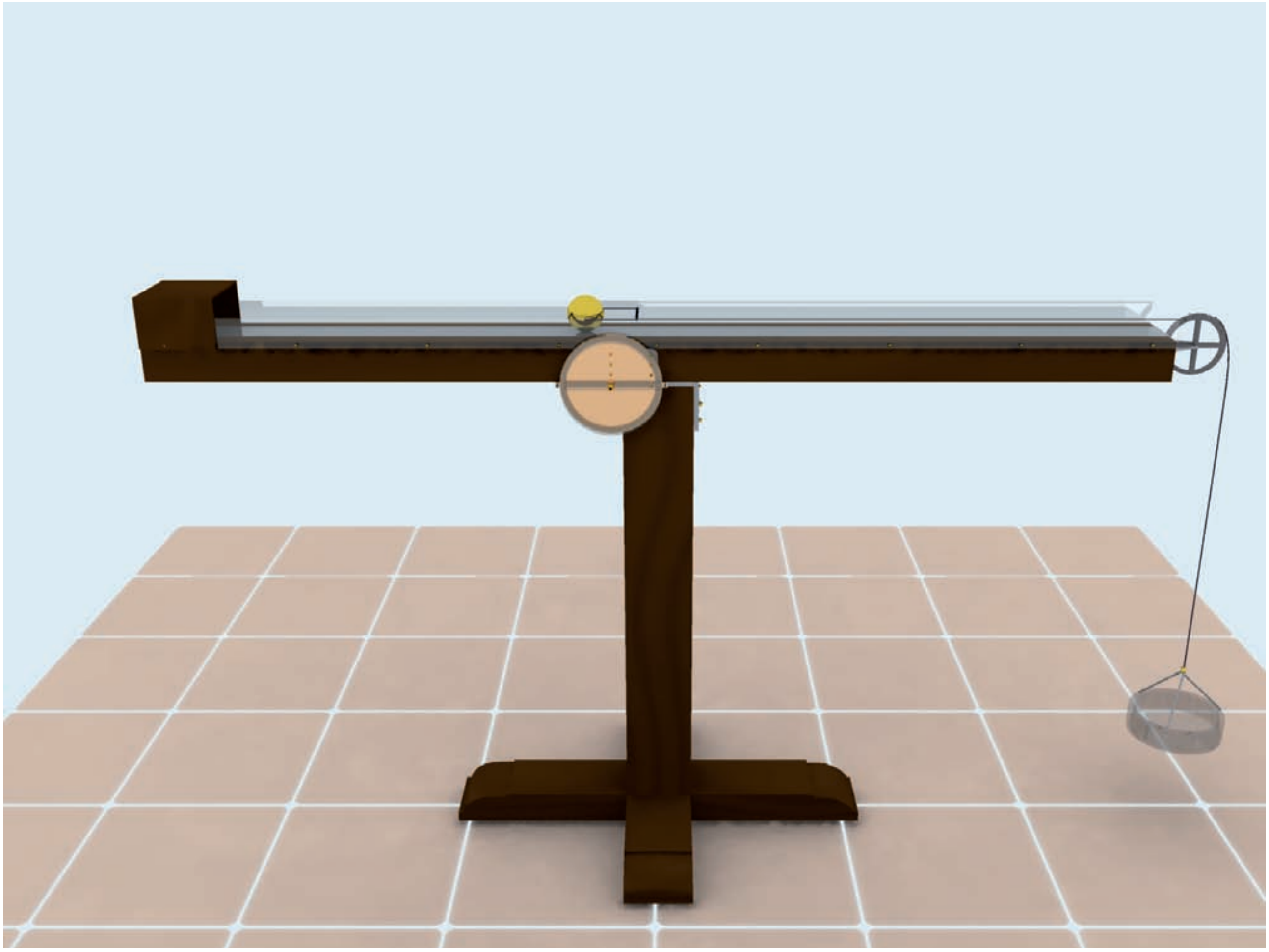
Scoperta dell'isocronismo del pendolo. Coppia di pendoli di materiale diverso (1585 - 1592).

Pulsilogium

Apparecchio per la dimostrazione del teorema delle corde coniugate



Lo *scatolone*



Piano inclinato con carrucola

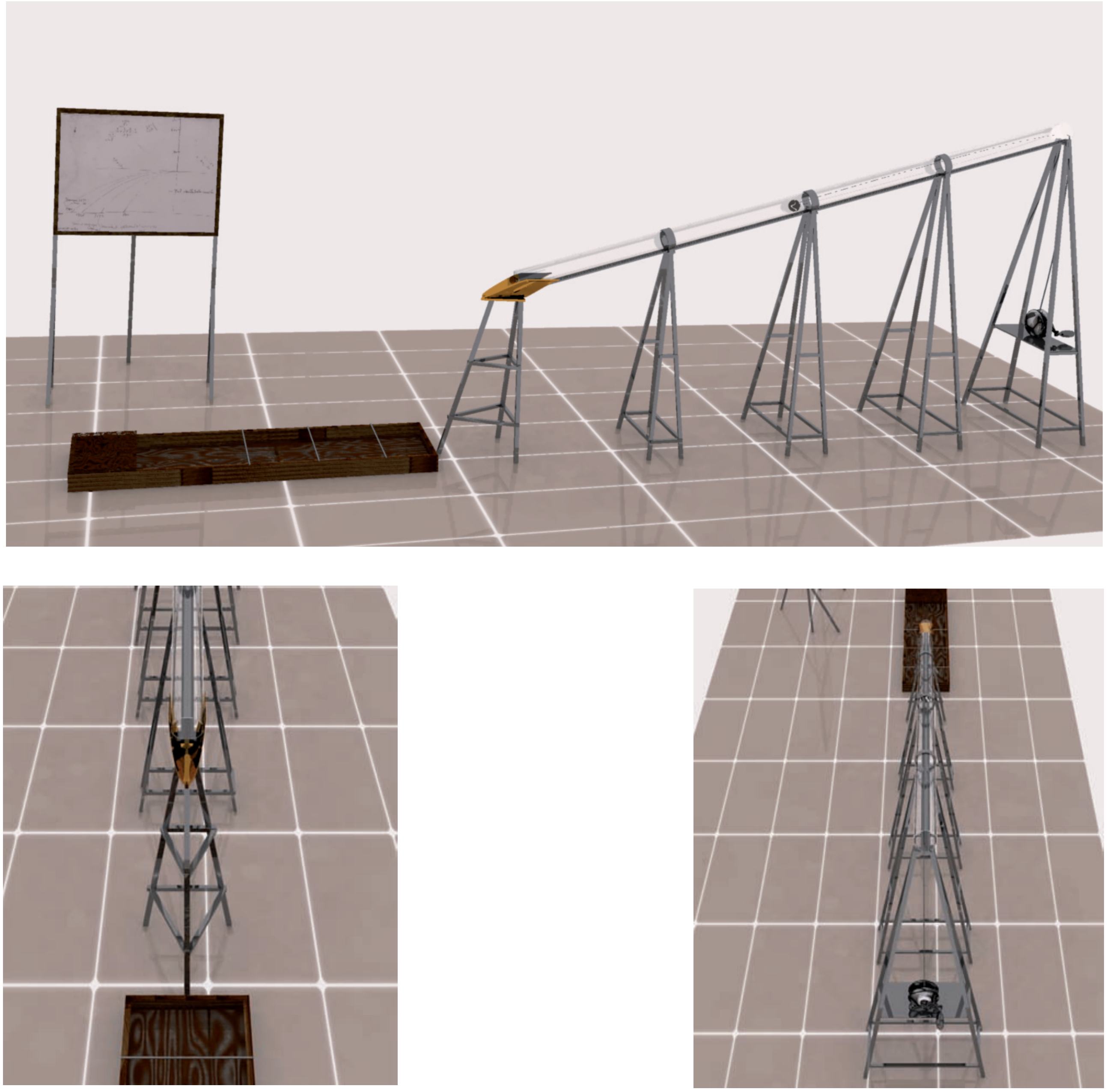
Piano inclinato

Installazione con pendoli per lo studio del periodo e della conservazione dell’energia

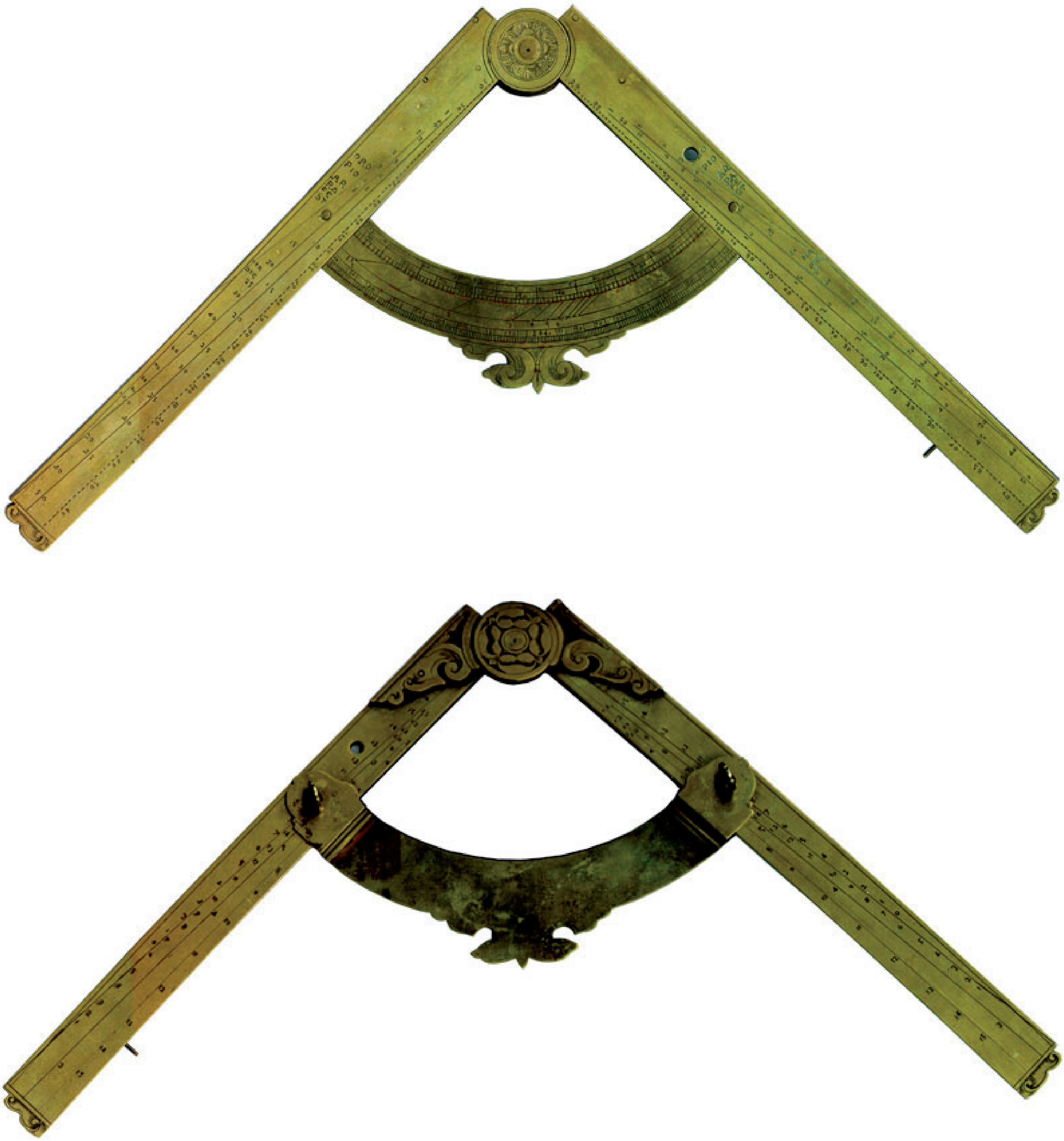
L’orologio ad acqua

Grande bilancia per lo studio della forza della percossa

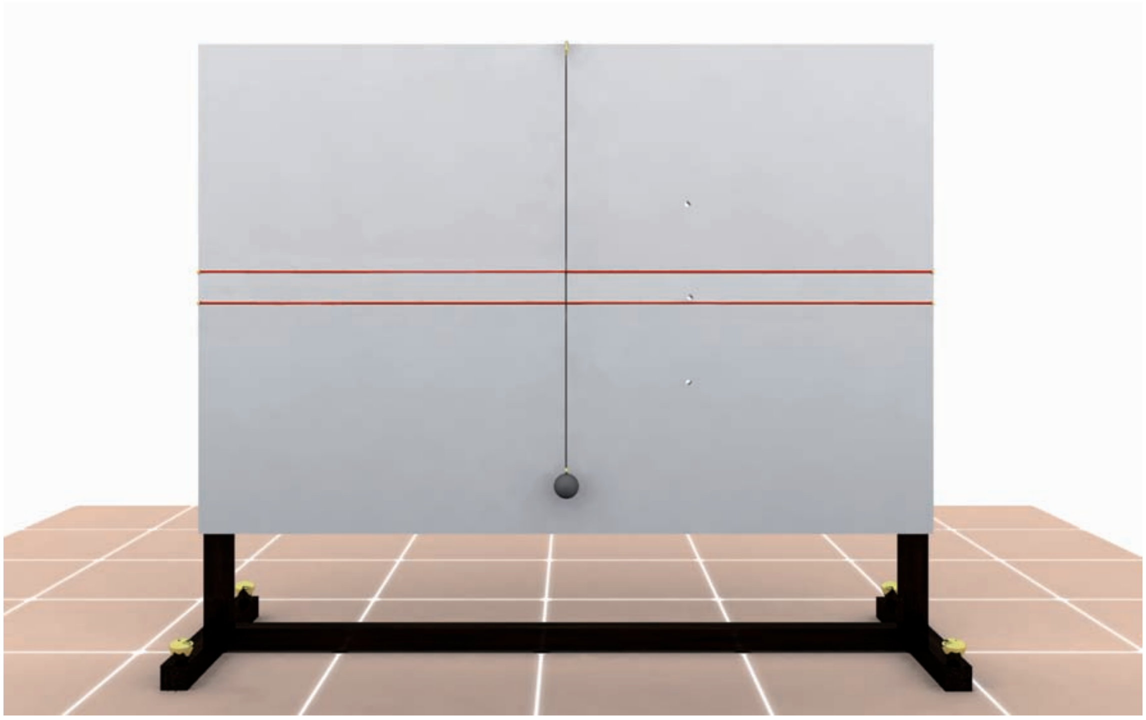
Il primo allestimento del Laboratorio di Galileo Galilei

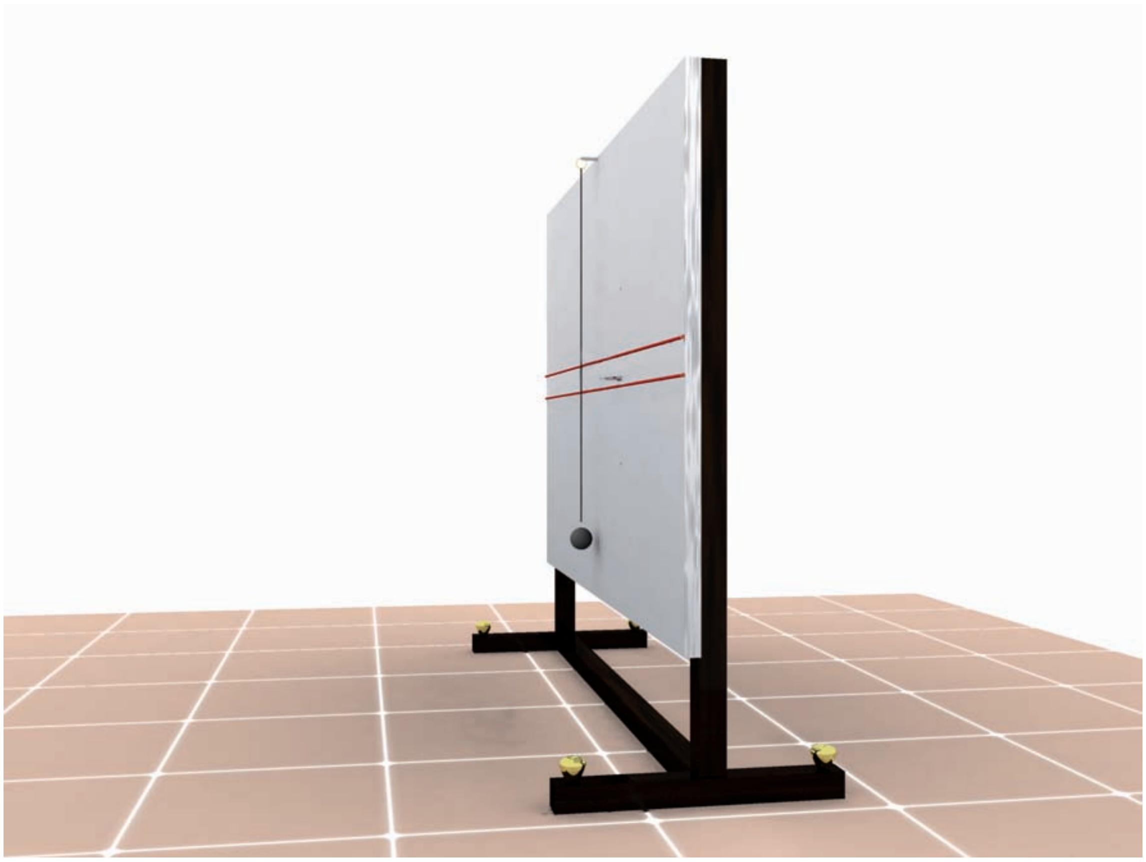


Piano inclinato per lo studio del moto parabolico



Compasso galileiano





Il pendolo interrotto

III. INTRODUZIONE ALLE INSTALLAZIONI

Le installazioni che compongono IL LABORATORIO DI GALILEO GALILEI sono state ideate in stretta connessione con testi originali di Galileo, presenti nelle opere a stampa o conservati in manoscritti autografi. I riferimenti ai suoi scritti sono un elemento essenziale delle installazioni, che insieme ai manufatti materiali costituiscono gli strumenti di comprensione del pensiero dello scienziato. Gli esperimenti che Galileo ha fatto o, in qualche caso, ha soltanto pensato, ed i risultati che ha ottenuto, o è stato in grado di prevedere, sono presentati da lui con tanta chiarezza che è sempre facile e convincente la loro ricostruzione.

Voglio dare alcuni esempi. La *bilancia idrostastica* è descritta minuziosamente nei particolari costruttivi e nelle prescrizioni sulle operazioni da fare; inoltre, è accompagnata da due tabelle che elencano i materiali presi in esame e i risultati delle misure delle densità eseguite dall'autore. Non è possibile avere dubbi su come fare la sua ricostruzione, per la quale tuttavia si possono introdurre, come è suggerito nella scheda n°1, accorgimenti utili a facilitare le operazioni e a renderle in parte automatiche.

Leggendo la descrizione del *piano inclinato* e del *cronografo ad acqua*, questi oggetti si presentano alla mente in maniera talmente chiara che, nel vederli realizzati, possono essere scambiati per originali, miracolosamente conservati fino ai nostri giorni.

Del *compasso geometrico et militare* abbiamo alcuni esemplari, che non lasciano spazio a libertà interpretative.

Se, però, non avessimo queste testimonianze autentiche, che sappiamo sono state eseguite secondo le istruzioni del suo ideatore, potremmo ricostruire lo strumento ricorrendo non solo al manuale d'uso scritto da Galileo, che è privo di illustrazioni in quanto accompagnava il compasso, ma anche alla letteratura contemporanea, dove queste illustrazioni esistono, come nel libro del plagiario Baldassarre Capra o in quello di Mattia Bernegger, suo traduttore in latino e commentatore, o nelle successive edizioni delle opere di Galileo: quelle di Bologna del 1656, di Firenze del 1718 e di Padova del 1744.

Se fossero mancati anche questi riferimenti, avremmo avuto a disposizione gli scritti dei costruttori di compassi, improntati all'originale galileiano, che a questo fanno costante riferimento. Avremmo ritrovato tracce del compasso persino nelle opere di alcuni matematici che, quando lo strumento fu superato tecnologicamente, ancora ricordavano le sue operazioni come un esercizio pratico stimolante per l'insegnamento di teoremi geometrici.

I *pendoli* hanno una parte importante nei ragionamenti di Galileo sul moto, che descrive le loro proprietà principali, servendosi talvolta di disegni, di cui potremmo tuttavia anche fare a meno, talmente la sua maniera di scrivere è chiara, esatta. Sto pensando, per esempio, alla descrizione del *pendolo con intoppo* che è illustrato nella nostra installazione numero 11: capolavoro di esposizione degno del suo genio.

Un foglio straordinario è conservato alla Biblioteca Nazionale di Firenze, nella raccolta segnata MSS. 72, al foglio 116v, dove rappresentazione grafica, dati sperimentali, risultati e predizioni teoriche sono contenuti in una sintesi mirabile. È una delle poche reliquie che mettono in contatto con i suoi esperimenti, sopravvissuta al disastro della distruzione di tante carte, distruzione dovuta alla paura, alla persecuzione e all'incuria di chi avrebbe dovuto conservarle. Contiene lo studio del moto parabolico e delle leggi della dinamica, e nell'installazione n° 9 si riproduce esattamente quando è scritto in quel foglio sopravvissuto del perduto "quaderno di laboratorio" di Galileo.

In questa installazione vi è bisogno di prendere una decisione interpretativa importante, che mi ha portato a più che raddoppiare le sue dimensioni. Per la esatta riproduzione delle condizioni sperimentali, infatti, occorre sapere a che cosa corrispondono le misure indicate nel foglio con la denominazione di *punctus*. Dissentendo da tutte le interpretazione date finora, ho proposto da tempo che il *punctus* è 1/240 di braccio a terra di Firenze, ossia 550/240 = 2,29 cm, anziché la misura indicata da Stillman Drake, Roland Naylor e David Hill, che in maniera concorde valutano il punto intorno a 0,95 cm.

La differenza è grande e va giustificata: gli argomenti che sostengono la mia interpretazione sono esposti in appendice.

Con la gioia di un collezionista che ha trovato un cofanetto di monete antiche e che, man mano che i pezzi gli scorrono in mano, riconosce di aver incontrato un vero tesoro, così sono andato leggendo la sesta giornata dei *Discorsi sopra due nuove scienze*, che ha per titolo DELLA FORZA DELLA PERCOSSA, che fu aggiunto per la prima volta nell'edizione di Firenze delle Opere, avvenuta, come ho già ricordato, nel 1718. Le installazioni numero 16 e 17 sono il risultato di questa lettura. L'esperimento con la grande bilancia certamente è stato fatto da Galileo, e può essere riprodotto, diminuendo leggermente la sensibilità dello strumento.

La seconda macchina che Galileo propone di usare per lo studio della percossa, riserva una sorpresa, perché è la macchina che George Atwood costruì un secolo e mezzo più tardi e che per altrettanto tempo e in vari modelli, ha fatto parte della strumentazione di ogni rispettabile laboratorio didattico.

Tale macchina, almeno nelle dimensioni proposte, non credo che Galileo l'abbia mai avuta: peccato, perché avrebbe visto effetti straordinari. Lascio al momento di leggere la scheda numero 17, che la curiosità (di saperne di più) sia soddisfatta.

Ad un solo esperimento galileiano, quello dell'installazione n° 2, ho dato, forse, una interpretazione che potrà essere ritenuta troppo soggettiva, perché non è presente in forma esplicita nel testo.

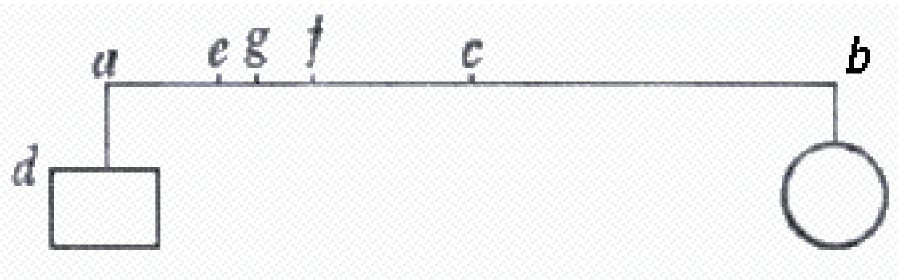
Dico subito che per me è irrinunciabile presentarla così come faccio, per vari motivi: perché è possibile se non addirittura probabile, perché può coinvolgere gli spettatori come ha affascinato me, ed anche perché dà un contributo di verosimiglianza a quanto Vincenzo Viviani ha scritto sulla vita di Galileo.

Ho avuto l'idea di leggere il *De Motu*, scritto da Galileo quando insegnava all'università di Pisa (1589-1592), con una motivazione particolare. Cercavo in questo scritto qualche indizio, che desse forza all'affermazione di Vincenzo Viviani che Galileo aveva scoperto a Pisa l'isocronismo delle oscillazioni del pendolo. Ho trovato la risposta in un esperimento, fatto per tutt'altro scopo, ma che avendolo fatto contiene la risposta a quanto cercavo: la prova che Galileo fin d'allora conosceva l'isocronismo. Tutto ciò è illustrato e proposto nella installazione n° 2.

1. IL PRIMO ESPERIMENTO DI GALILEO GALILEI. LA BILANCIA IDROSTATICA (1586)

1.1 *Introduzione e testo*

La bilancetta è il titolo con cui è stato più volte citato ed anche editato un autografo galileiano, che è arrivato sino a noi senza titolo e mutilo delle ultime linee. Sempre autografa è un'altra scrittura dal titolo *Tavola delle proporzioni delle gravità in specie de i metalli e delle gioie pesate in aria ed in aqqua*. In questa tavola appaiono i pesi in aria ed in acqua dei seguenti materiali:
Oro puro, oro d'ungaro, argento puro, argento di testoni, diamante, smeraldo, topazio, rubino, crisolito, zaffiro, perla, granata, calcidonio, amatista, acqua marina tenera, cristallo, rame.
La bilancia costruita da Galileo era molto precisa e comparando le sue misure di densità per alcune sostanze è possibile anche dare una valutazione, che è molto importante per accreditare le sue misure di tempo con l'orologio ad acqua eseguite negli esperimenti sul moto. Per la sensibilità della bilancia si veda il paragrafo 1.4. Per comprendere la costruzione proposta e gli esperimenti che possono essere realizzati con essa, è opportuno conoscere quanto ha scritto Galileo. La lettura riuscirà più chiara se si ha presente il disegno che accompagna il testo.



[…] Come, per essempio, sia la bilancia *ab*, il cui perpendicolo [*è*] *c*; ed una massa di qualche metallo sia appesa in *b*, contrapesata dal peso *d*. Mettendo il peso *b* nell'aqqua, il peso *d* in *a* peserebbe più: però, acciò che pesasse ugualmente, bisognerebbe ritirarlo verso il perpendicolo[2] *c*, come, v.g, in *e*; e quante volte la distanza *ca* supererà la *ae*, tante volte il metallo peserà più che l'aqqua [*spostata*]. Poniamo dunque che il peso in *b* sia oro, e che pesato nell'aqqua torni il contrapeso *d* in *e*; e poi, facendo il medesimo dell'argento finissimo, che il suo contrapeso, quando si peserà poi nell'aqqua, torni in *f*: il qual punto sarà più vicino al punto *c*, sì come l'esperienza ne mostra, per esser l'argento men grave dell'oro; e la differenza che è dalla distanza *af* alla distanza *ae* sarà la medesima che la differenza tra la gravità dell'oro e quella de l'argento. Ma se noi aremo un misto di oro e di argento, è chiaro che, per participare di argento, peserà meno che l'oro puro, e, per participar di oro, peserà più che il puro argento: e però, pesato in aria, e volendo che il medesimo contrapeso lo contrapesi quando tal misto sarà tuffato nell'aqqua, sarà di mestiero ritirar detto contrapeso più verso il perpendicolo *c* che non è il punto *e*, il quale è il termine dell'oro, e medesimamente più lontano dal *c* che non è l'*f*, il quale è il termine dell'argento puro; però cascherà tra i termini *e*, *f*, e dalla proporzione nella quale verrà divisa la distanza *ef* si averà esquisitamente la proporzione dei due metalli, che tal misto compongono. Come, per esempio, intendiamo che il misto di oro ed argento sia in *b*, contrapesato in aria da *d*; il qual contrapeso,

[2] *Le Mechaniche dell'Illustriss. Sig. Guido Ubaldo de' marchesi Del Monte*, Venezia 1581, p. 2: «il punto C immobile, d'intorno al quale si volge la Bilancia, si chiami il centro della bilancia […] & se dal centro della bilancia collocato di sopra, o di sotto della bilancia, sarà tirata una linea a piombo di AB [*cioè a piombo del giogo*] questa si chiamerà perpendicolo, che sosterrà la Bilancia AB, & sempre starà a piombo di essa Bilancia, movasi ella in qual si voglia modo».

quando il misto sia posto nell'aqqua, ritorni in *g*: dico ora che l'oro e l'argento, che compongono tal misto, sono tra di loro nella medesima proporzione che le distanze *fg*, *ge*. Ma ci è da avvertire che la distanza *gf*, terminata nel segno dell'argento, ci denoterà la quantità dell'oro, e la distanza *ge*, terminata nel segno dell'oro, ci dimostrerà la quantità dell'argento: di maniera che se *fg* tornerà doppia di *ge*, il tal misto sarà due d'oro ed uno di argento. E col medesimo ordine procedendo nell'esamine di altri misti, si troverà esquisitamente la quantità dei semplici metalli.

Per fabricar dunque la bilancia, piglisi un regolo lungo almeno due braccia[3], e quanto più sarà lungo più sarà esatto l'istrumento; e dividasi nel mezo, dove si ponga il perpendicolo; poi si aggiustino le braccia che stiano nell'equilibrio, con l'assottigliare quello che pesasse più; e sopra l'uno delle braccia si notino i termini [dove ritor]nano i contrapesi de i metalli semplici quando saranno pesati nell'aqqua, avvertendo di pesare i metalli più puri che si trovino. Fatto che sarà questo, resta a ritrovar modo col quale si possa con facilità aver la proporzione, [secondo la quale] le distanze tra i termini de i metalli puri verra[nno] divise da i segni de i misti. Il che, al mio giudizio, si conseguirà in questo modo: Sopra i termini de i metalli semplici avvolgasi un sol filo di corda di acciaio sottilissima; ed intorno agli intervalli, che tra i termini rimangono, avvolgasi un filo di ottone pur sottilissimo; e verranno tali distanze divise in molte particelle uguali. Come, per essempio, sopra i termini *e*, *f* avvolgo 2 fili solo di acciaio (e questo per distinguerli dall'ottone); e poi vo riempiendo tutto lo spazio tra *e*, *f* con l'avvolgervi un filo sottilissimo di ottone, il quale mi dividerà lo spazio *ef* in molte particelle uguali; poi, quando io vorrò sapere la proporzione che è tra *fg* e *ge*, conterò i fili *fg* ed i fili *ge*, e, trovando i fili *fg* esser 40 ed i *ge* esser, per essempio, 21, dirò nel misto esser 40 di oro e 21 di argento.

Ma qui è da avvertire che nasce una difficultà nel contare: però che, per essere quei fili sottilissimi, come si richiede all'esquisitezza, non è possibile con la vista numerarli, però che tra sì piccoli spazii si abbaglia l'occhio. Adunque, per numerargli con facilità, piglisi uno stiletto acutissimo, col quale si vada adagio adagio discorrendo sopra detti fili; ché così, parte mediante l'udito, parte mediante il ritrovar la mano ad ogni filo l'impedimento, verranno con facilità detti fili numerati: dal numero de i quali, come ho detto di sopra, si averà l'esquisita quantità de i semplici, de' quali è il misto composto. Avvertendo però, che i semplici risponderanno contrariamente alle distanze: come, per esempio, in un misto d'oro e d'argento, i fili che saranno verso il termine dell'argento ci daranno la quantità dell'oro, e quelli che saranno verso 'l termine dell'oro ci dimostreranno la quantità dell'argento; ed il medesimo intendasi degli altri misti.

[G.G., Vol. I, pp. 219-220][4]

Il testo è alquanto conciso: cercherò, quindi, di illustrare in dettaglio il ragionamento che porta alla determinazione della proporzione in cui i materiali sono presenti nel misto. Il punto di partenza è una notissima proprietà della bilancia, che posso enunciare così:

Due masse m1 e m2 sono in equilibrio su una bilancia, quando le loro distanze, L_1 ed L_2, dal centro di sospensione hanno il seguente rapporto con le masse:

$$L_2 / L_1 = m_1 / m_2 \qquad (1)$$

[3] Braccio di terra: 550,63 mm; braccio di panno: 583,02 mm. Da quanto si legge nel *Dialogo sopra i due massimi Sistemi del Mondo*, Galileo usava il braccio di terra. Leonardo Ximenes nel suo *Del vecchio e del nuovo gnomone fiorentino e delle osservazioni astronomiche, fisiche ed architettoniche fatte nel verificarne la costruzione* (Firenze 1757), racconta come comparò la mezza tesa (di tre piedi e uguale a 974 mm) rettificata sulla tesa della Reale Accademia di Parigi, che il signor de la Condamine aveva con sé quando passò da Firenze nel 1755, con i pubblici campioni del braccio fiorentino (di panno e di terra) incastrati nella facciata del Bargello. La Condamine si era servito di questa tesa esattissima per la misura della figura della terra. Seguendo Ximenes, ho sempre utilizzato i suoi valori per le misure fiorentine, rapportandole al metro attraverso il piede di Parigi.

[4] Con l'abbreviazione G.G. si indica l'edizione nazionale delle OPERE DI GALILEO GALILEI, (Firenze 1968).

Se la massa m_1 viene immersa nell'acqua, su di essa agisce la "spinta di Archimede" una forza verso l'alto uguale al peso della massa m_a dell'acqua spostata. Occorre, quindi, avvicinare al punto di sospensione la massa m_2, che fa da contrappeso, spostandola di una quantità y, data dalla posizione che ristabilisce l'equilibrio:

$(L_2 - y)/ L_1 = (m_1 - m_a) / m_2$ (2)

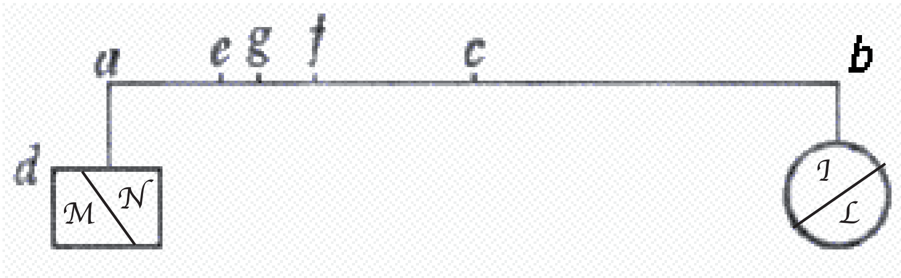
Sottraendo alla prima espressione la seconda, si ha

$y / L_1 = m_a / m_2$ (3)

L'espressione (1) si può scrivere anche come L1 / L2 = m2 / m1. Moltiplicando membro a membro questa espressione con la (3) si arriva a una espressione più utile.

$y / L_2 = m_a / m_1$ (4)

La relazione (4) ci fa comprendere la prima funzione della bilancia idrostatica, che è quella di misurare la densità relativa dei corpi. Infatti, m1 / ma è, per definizione, il peso specifico della sostanza di cui è costituita la massa m1 e quindi basta segnare sul braccio di sinistra la posizione L2–y per trovare subito l'equilibrio dopo l'immersione, qualsiasi sia il peso della sostanza messa sulla bilancia. Spesso L1 = L2, ma non è necessario che sia così.
Seguendo Galileo nel caso dell'oro e dell'argento e di un loro "misto", sia e il luogo del contrappeso per l'oro in acqua e sia f il luogo per l'argento in acqua.
Per un misto A di oro e argento, posto ugualmente in o, sia B il contrappeso che lo equilibria in a quando l'esperimento è fatto in aria.



Supponiamo che nel misto A la parte di oro sia I e la parte di argento sia L. Il contrappeso B è anch'esso costituito di due parti. Quando la misura è fatta in aria, M è il contrappeso dell'oro I quando è posto in a con l'oro I posto in o. Nella stessa maniera N è il contrappeso in a dell'argento L posto in o. Quindi il peso assoluto dell'oro sta al peso assoluto dell'argento come il contrappeso M al contrappeso N.
Immergendo il misto A in acqua, il contrappeso B prevarrà, ma se poniamo le sue parti M in e e N in f, si avrà nuovamente equilibrio, perché ognuno dei due contrappesi M e N , posto nel luogo che gli compete, equiibrerà la parte I di oro e L di argento. Cerchiamo invece di equilibrare il misto mantenendo insieme le parti del contrappeso B. Sia g questo punto del giogo della bilancia, che evidentemente è tra e e f. I pesi M e N posti in e e f hanno lo stesso momento che il peso B posto in g.
Questo equivale a scrivere

$M \cdot ec + N \cdot fc = B \cdot gc$ (5)

Questa espressione definisce il punto g come il centro di gravità dei pesi M e N posti in e e f. Ne segue che è valida l'espressione

M/N = gf/ge (6)

Questo risultato è quanto asserisce Galileo.
In questa spiegazione ho riassunto le Osservazioni di Vincenzo Viviani intorno alla Bilancetta di Galileo Galilei, aggiunte al testo della Bilancetta nella edizione di Padova (1744) delle Opere[5]. Viviani conclude il suo commento in questa maniera:

> Ma tanto si è, che il peso A sia composto dell'oro I, ed argento L separatamente, quanto che sia l'oro mescolato per infusione con l'argento poiché non si altera né il peso assoluto, né la mole, e per conseguenza né meno la gravità in ispecie, per questo sarà il modo di venire in cognizione della proporzione del peso assoluto di due metalli, che compongano un misto, quando siano note le gravità in ispecie de' medesimi, ritrovate come sopra nella medesima libra[6].

Questa osservazione è stata contestata da Domenico Mantovani[7]:

> si suppone in questo problema, che il composto di due metalli conservi l'istessa proporzione in grandezza nel composto che prima avevano li due metalli semplici, che lo compongono. Dico, si suppone, che li metalli semplici mantengano, e conservino nel composto (dopo averli incorporati, e uniti insieme) l'istessa proporzione in grandezza, che avevano li semplici disuniti, il che non niego, né confesso particolarmente nel caso del Signor Galileo dell'unione dell'oro con l'argento; ma volendo unire per esempio lib. 101. di rame con lib. 21. di stagno per farne lib. 120. di metallo per le campane (ne lascio andare due libbre, che presuppongo che cali nella fusione) credo che le libre 120 del composto averanno minor grandezza, che le lib. 100. di puro rame insieme colle lib. 20. di puro stagno disunito, cioè avanti che fossero incorporati e fusi insieme, e che il composto sia più grave in ispezie del rame assoluto, e dello stagno assoluto, e nel caso del Sig. Galileo il composto di oro, e argento si suppone esser più leggero in ispezie dell'oro puro, ma più grave in ispezie del puro argento, della qual cosa sarebbe facile farne qualche simile esperienza, fondendo insieme verbi grazia lib. 10. di piombo con lib. 5. di stagno, e osservare se le lib. 15. o quanto si fosse la quantità del composto, dia la differenza tra il peso in in acqua al peso in aria a proporzione, che prima davano le lib. 15. delli due metalli disuniti: non dico la medesima differenza, perché suppongo che caleranno nel fonderli insieme, e che il composto sarà meno di lib. 15. però dico a proporzione.

Ma, osserva Raffaello Caverni[8], «quanto poi al Mantovani si può dire essere stato egli il primo, e non Galileo, a supporre che i due metalli nella loro fusione mantengano la medesima mole che separati; giacché esso Galileo chiama misto la composizione dell'oro e dell'argento nella corona del re Gerone, e come si debba per questo misto intendere la semplice sovrapposizion delle parti dal descritto Dialogo è manifesto».
Il frammento di Dialogo, a cui fa cenno il Caverni, è stato pubblicato nel sesto ed ultimo volume della sua opera, uscito postumo e incompleto. Vi si legge che era tratto da un manoscritto: Roba del gran Galileo, in parte copiata

---

[5] Ho tratto questo passo dalla quarta edizione delle *Opere di Galileo Galilei*, Milano 1810, vol. IV, pp. 263-270. Tale edizione si rifà alla prima edizione curata dallo stesso Viviani (Bologna 1656), con gli accrescimenti introdotti nella seconda (Firenze 1718) e nella terza edizione (Padova 1744).

[6] Secondo il Caverni, in margine al manoscritto, a questo punto, si legge la seguente annotazione del Viviani: "fanne esperienza".

[7] *Opere di Galileo Galilei*, Milano, 1810, pp.250-252.

[8] RAFFELLO CAVERNI, *Storia del Metodo Sperimentale in Italia*, Firenze 1900, vol VI, pp.111-121.

dagli originali, e in parte dettata da lui cieco a me Vincenzo Viviani, mentre dimoravo nella sua casa di Arcetri. Antonio Favaro, di questo frammento di dialogo ha scritto:

> Una di tali nuove scritture è costituita dalla stesura, condotta per quasi dieci intere pagine, del trattatello Galileiano sulla Bilancetta, nella quale però ci sembra che il Caverni abbia fatto un po' troppo a fidanza con la pratica acquistata in tali sofisticazioni, e non abbia anche curata con la consueta diligenza la imitazione della lingua e dello stile di Galileo, e che soprattutto nelle obiezioni che mette in bocca a Simplicio sia troppa, diremo così, semplicità e troppo lontana dalla relativa arguzia che nei dialoghi genuini è dimostrata da questo curioso personaggio del dialogo galileiano. Anche la introduzione di altri argomenti intimamente connessi con questo della Bilancetta e tratti dai carteggi, dalle scritture dei discepoli e da quelle dei numerosi commentatori che trovò il traattatello originale, ci confermano nel nostro giudizio.

Il quale giudizio era:

> Il Caverni approfittando, ed anzi abusando della meravigliosa facilità ch'egli aveva nel maneggio della lingua, e mettendo in opera l'abilità sua somma di imitare, e particolarmente dialogizzare lo stile Galileiano, della quale aveva dato un bellissimo saggio in altra occasione, e opportunamente intercalando frasi caratteristiche ed autentiche del testo genuino, aveva voluto far passare per roba di Galileo ciò che non era altro che una abilissima e raffinata sua contraffazione. E di avvertire questo fatto, grave sempre, ma gravissimo in uno storiografo e soprattutto in tale ripetutamente chiaritosi come mancante affatto di obiettività, noi ci crediamo in diritto ed in dovere per due motivi: il primo cioè, per mettere in guardia chi ricorre a quell'opera e per conto suo non se ne fosse accorto, ed il secondo per giustificare in certo qual modo la Edizione Nazionale, la quale veramente sarebbe stata condotta con biasimevole negligenza, qualora avesse trascurata tanta e così cospicua parte dell'opera Galileiana.

1.2 *Realizzazione*

Il giogo della bilancia, lungo circa 110cm-120cm, deve essere di sezione triangolare. Verrà sospeso nel suo centro ad un'asta, che fuoriesce dalla teca di vetro che racchiude la bilancia: l'asta può scorrere verticalmente per l'abbassamento del giogo, fino all'immersione del materiale campione nell'acqua. L'asta è munita di un meccanismo, per bloccare il giogo durante gli spostamenti e le operazioni di carico/scarico.
Il lato di destra del giogo, destinato ai contrappesi, sarà leggermente assottigliato alla base per permettere che un sottile filo di ottone sia avvolto nella sua lunghezza, senza perturbare l'equilibrio. L'avvolgimento viene consolidato al giogo alla base, nel senso della lunghezza, con una colla opportuna. Alle estremità del giogo, leggermente rialzate, si praticano due fessure triangolari, i cui vertici devono essere allineati con la parte acuta del giogo, per l'inserimento di due supporti a doppio gancio (a forma di un *esse*). Nella fessura di destra viene agganciato un piatto collegato con tre catenelle. Nella fessura di sinistra viene agganciato un contrappeso, che equilibria il piatto di destra. Questo contrappeso è munito di un gancio sottostante a cui può essere appeso il materiale da pesare. Il gancio del piatto di destra è collegato con un filo ad un anello scorrevole soprastante per permettere di spostare il piatto lungo il braccio, per ritrovare l'equilibrio quando il materiale è nell'acqua.

1.3 *Esperimenti*

Seguendo la procedura di Galileo:

a) si sceglie uno dei materiali disponibili, per esempio argento, confezionato nella forma tradizionale di un peso con un gancio. Se il materiale è tale che non può essere alterata la sua forma, per esempio un cristallo, sarà avvolto in una sottilissima rete di nylon che termina in un gancio;

b) dopo aver bloccato il giogo, si appende l'argento al gancio di sinistra, utilizzando una bacchetta, opportunamente realizzata, mossa manualmente dall'alto della vetrina;

c) lo si equilibria con un peso uguale, già pronto, che viene posto nel piatto di destra.

d) Dopo aver liberato il giogo e aver costatato l'equilibrio, si immerge il materiale nel sottostante recipiente di vetro contenente acqua, abbassando il giogo sospeso all'asta. Come il materiale inizia ad entrare nell'acqua, il giogo si inclinerà verso destra e, dopo qualche oscillazione, si fermerà per l'attrito dell'acqua sull'argento;

e) si blocca il giogo, si solleva il piatto di destra, che ha il contrappeso, e si avvicina al centro del giogo, cercando il punto dove la bilancia ritrova l'equilibrio;

f) si segna il luogo esatto dove è stato collocato il piatto. A questo punto si è in grado di misurare la densità dell'argento: infatti, come mostra Galileo, basta conoscere la distanza di quanto è stato spostato il piatto di destra.

g) si eliminano due fili in corrispondenza con il punto così determinato, e si incide una fessura, per poter ripetere l'esperimento speditamente, al momento della dimostrazione al pubblico.

La misura sarà fatta alla maniera di Galilei: si conteranno gli avvolgimenti facendo scorrere sui fili una punta guidata dall'esterno e amplificando il suono degli scatti con un microfono. Il computer conterà i colpi e darà la distanza. Ovviamente esiste una distanza fissa dall'estremo del giogo all'inizio degli avvolgimenti, che sarà inserita previamente nel computer, come anche la lunghezza dei singoli bracci.

Questo viene fatto anche per l'oro, per il rame e per il diamante. Si potrebbero considerare anche altri materiali, scelti tra quelli misurati da Galileo. Inoltre si potrebbe mettere oro di bassa lega, per mostrare il procedimento inventato da Archimede per rivelare la frode dell'orefice siracusano nel fabbricare la corona di Iasone.
La bilancia è contenuta, come è stato già indicato, in una grande teca di vetro e saranno approntati i vari meccanismi per inserire i materiali nel gancio di sinistra e i contrappesi corrispondenti nel gancio di destra, per bloccare il giogo ecc.

1.4 *La precisione della bilancia di Galileo*[9]

Dalle due Tavole anch'esse autografe, pubblicate insieme alla Bilancetta nell'edizione nazionale, si può avere una qualche informazione sulla precisione della bilancia usata da Galileo per le densità, osservando di quanto i valori riportati per la densità di alcune sostanze si discostano dai valori tipici delle stesse sostanze, supposti esatti, in quanto ricavati da pubblicazioni scientifiche recenti. Per questa valutazione mi sono attenuto a due criteri; tra le tante ho scelto sostanze la cui purezza, per la tecnologia disponibile allora, possiamo considerare abbastanza scontata, e queste sono: oro, argento diamante e rame. Per non usare valori di oggi, che si basano su campioni troppo raffinati, ho consultato, per le densità, alcuni buoni manuali della metà del secolo XIX ([a] G. Cantoni, *Manuale di Fisica*, Lugano, 1857; [b] A.Naccari e M.Bellati, *Manuale di Fisica Pratica*, Torino 1874). Ho raggruppato i dati che servono

sostanza	x = peso in aria	y = peso in acqua	densità per Galileo	z = densità per [a]Cantoni, [b] Naccari-Bellati	$\|\Delta z\|$
Oro puro	grani 156 1/4	grani148 1/4	19,531	19,258 [a]	0,273
	grammi 7,675	grammi 7,282			
Argento puro	grani 179 1/4	grani 162	10,391	10,474 [a]	0,083
	grammi 8,805	grammi 7,957			
diamante	grani 48 1/6	grani 34 19/32	3,549	3,521 [b]	0,028
	grammi 2,366	grammi 1,699			
rame	grani 179 9/16	grani 159	8,732	8,788 [a]	0,056
	grammi 8,820	grammi 7,810			

Per valutare la precisione[10] della bilancia di Galileo, considero ognuna delle otto pesate riportate nella tabella, come il risultato di una serie di misure e di aggiustamenti, una media fatta da Galileo a conclusione di un certo numero di pesate. Suppongo, quindi, che Galileo abbia scelto il peso che riteneva più probabile, qualcosa molto vicino al valore medio, per usare un termine matematico. Queste otto pesate sono tuttavia approssimate e soggette a un errore Δp da determinare, intendendo in maniera non formale che il valore esatto di ogni pesata, molto probabilmente, non differisce dal valore trovato da Galileo per più di Δp milligrammi. Utilizzando il metodo della propagazione degli

[9] Le bilance degli orafi avevano una precisione maggiore: infatti Firenze aveva battuto nel 1321 una moneta d'oro purissimo, chiamata *fiorino di suggello*, che pesava 72 grani come il precedente fi orino d'oro battuto nel 1252 « ma di peso più scelto perché col solo comporto di meno di un quarto di grano ed aveva la denominazione di *Suggello* perché, saggiato e pesato dai Ministri della Zecca, veniva chiuso in una borsa, che con pubblico sugello si sigillava». L.Cantini, *Legislazione Toscana*, Firenze 1800, pag.91. La legge sopra le monete del dì 5 Marzo 1534 ab Inc. prescriveva di battere una nuova moneta d'argento, chiamata Barile ma poi detta Paolo, dal peso di grani 68 e un ottavo, mentre la precedente moneta, il grosso, pesava grani 110 e sette ottavi. Questo ci fa capire che un ottavo di grano, circa 6 milligrammi, era correntemente pesato dagli orafi , che dovevano controllare il peso delle monete.

[10] Una bilancia é *esatta*, se non modifica la sua posizione di equilibrio quando si mettono masse uguali sopra i suoi piatti. I costruttori chiamano *sensibilità* di una bilancia il valore del più piccolo soprappeso, aggiunto ad uno dei piatti, che provoca lo spostamento dell'ago di una quantità percettibile. Per i fisici la sensibilità σ è il rapporto, approssimativamente lineare, tra l'angolo di deflessione α dell'ago e il soprappeso m, che lo ha prodotto: $\sigma = \alpha/m$. Un limite alla sensibilità è dato dalla *fedeltà* della bilancia, che è la sua capacità di riassumere la stessa posizione se si ripete la pesata.

errori si trovano le seguenti deviazioni percentuali nella misura dei pesi: per l'oro ±3,98 ‰, per l'argento ±5,01 ‰, per il diamante ±4,28 ‰ e per il rame ±4,85 ‰. I pesi, eccetto il diamante, si aggirano intorno agli 8 grammi e pertanto l'errore non può essere superiore a 40 mg. In realtà, la bilancia "idrostatica" usata da Galileo doveva essere ancora più precisa, perché la misura della densità, essendo il rapporto tra il peso della sostanza in aria e il peso dell'acqua spostata (che si ottiene per sottrazione dal peso della sostanza misurato in aria e in acqua), è ottenuta con due pesate ed è quindi soggetta ad un errore maggiore. Più tardi Galileo ebbe a disposizione una bilancia assai più precisa[11].

[11] G.G., vol. XVIII. p.77, del 1 agosto 1639 Lettera a Giovan Battista Baliani, il quale voleva conoscere «l'artifi cio col quale io mi sia potuto assicurare che il grave discendente a perpendicolo, partitosi dalla quiete, passi cento braccia di altezza in cinque minuti secondi». Al Baliani risponde di non misurare il tempo di caduta verticale, bensì quello della «scesa di quella palla che io fo scendere per quel canale ad nostro arbitrio inclinato. Il nuovo e più preciso metodo consiste dunque « con havere veduto et osservato qual sia il flusso dell'acqua per un sottile cannello, perché raccogliendola, et havendo pesata quanta ne passa, vgr [verbigrazia], in un minuto, potremo poi, col pesare la passata nel tempo della scesa per il canale, trovare l'esattissima misura e quantità di esso tempo, servendoci massime di una bilancia così esatta che tira ad un sessantesimo di grano». L'espressione usata da Galileo fa pensare più alla sensibilità che all'esattezza della sua bilancia, che era in grado di rivelare minime differenze di peso, stimate da lui intorno il milligrammo. I risultati appena ottenuti, danno credito alla sua affermazione. Giovanni Targioni Tozzetti, in Notizie degli Aggrandimenti delle Scienze Fisiche accaduti in Toscana nel corso di anni LX del secolo XVII, T. II, pp. 462 e 463, Firenze 1780 (ristampa Forni, Bologna), nel trascrivere il diario delle esperienze degli Accademici del Cimento, riporta che in quella del 5 settembre 1662 si servivano di una «bilancia che tirava a 1/48 di grano»; in altra del precedente 8 agosto, che «furono questi Pesi presi sempre con tanta esattezza, che il Peso di un solo quarantottesimo di grano dava il tratto alle Bilance, all'una, o all'altra che si aggiungesse».

2. SCOPERTA DELL'ISOCRONISMO DEL PENDOLO. COPPIA DI PENDOLI DI MATERIALE DIVERSO (1585 - 1592).

2.1 *Introduzione e testi*

Nel *De motu*, scritto quando era professore a Pisa (1589-1592), Galileo introduce un argomento che per noi è estremamente interessante, perché costituisce una conferma della scoperta fatta a Pisa dell'isocronismo delle oscillazioni. Il suo ultimo discepolo e primo biografo, Vincenzio Viviani, fa risalire questa scoperta proprio al periodo pisano. Lo ha raccontato, con parole diverse, in più occasioni ufficiali[12]:

> In questo mentre con la sagacità del suo ingegno inventò quella semplicissima e regolata misura del tempo per mezzo del pendulo, non prima da alcun altro avvertita, pigliando occasione d'osservarla dal moto d'una lampada, mentre era un giorno nel Duomo di Pisa; e facendone esperienze esattissime, si accertò dell'egualità delle sue vibrazioni, e per allora sovvennegli di adattarla all'uso della medicina per la misura della frequenza de' polsi, con stupore e diletto de' medici di que' tempi e come pure oggi si pratica volgarmente: della quale invenzione si valse poi in varie esperienze e misure di tempi e moti, e fu il primo che l'applicasse alle osservazioni celesti, con incredibile acquisto nell'astronomia e geografia.

Il capitolo[13] del *De Motu* che interessa è quello che ha per titolo[14]:

> Dove è attribuita la causa perché nel principio del loro moto naturale i meno gravi si muovono più velocemente dei più pesanti.

Ed il passo che interessa è questo[15]:

> […] Ed inoltre è chiaro anche questo: se qualcuno, con la stessa mano e nello stesso tempo lancia insieme, verso l'alto, due pezzetti, uno di legno e l'altro di ferro; di loro quello di ferro o di piombo si muoverà per una distanza maggiore; il che appunto indica che la virtù motrice si è attaccata più fortemente nel ferro e vi si è conservata più a lungo che nel legno. Ciò appare anche manifesto se due pesi, uno di legno e l'altro di piombo, sono attaccati a due fili uguali e, preso lo slancio da un'uguale distanza dalla perpendicolare, sono lasciati andare; quello di piombo senza dubbio si muoverà qua e là per un più lungo spazio di tempo. E dunque è evidente, che in tutte le cose sono conservate più a lungo tutte le qualità contrarie che sono state impresse in materia più pesante e più densa e a sé più opposta.

Degli studi portati avanti negli anni in cui insegnò a Pisa e delle ricerche fatte nei primi anni che passò a Padova, in quell'ultimo scorcio del cinquecento, non è rimasto nulla; a noi è arrivato solo il *De motu*: non abbiamo scritti, non

---

[12] G.G., vol. XIX, pp. 597-632 (VINCENZIO VIVIANI, *Racconto istorico della vita del Sig.ʳ Galilero Galilei*). Si veda anche G.G., vol. XIX, pp. 648-650.

[13] G.G., vol. I, pp. 333-335.

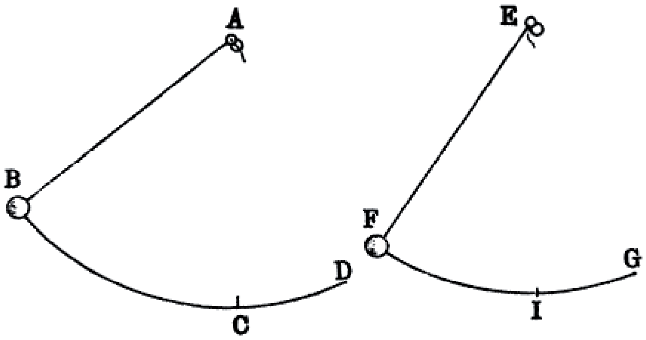
[14] *In quo causa assignatur, cur minus gravia in principio sui motus naturalis velocius moveantur quam graviora.*

[15] […]Et hoc idem etiam patet, si quis, eadem manu; eodem tempore, simul sursum 2 frustra; ligni unum; alterum ferreum, proiciat; quorum ferreum vel plumbeum per longius spatium movebitur; quod quidam indicat, virtutem motivam acrius ferro inhaerere et diutius in eo conservari quam in ligno. Hoc idem patet si ex duobus filis aequalibus suspendantur duo pondera, ligneum alterum, alterum plumbeum, et, impetu ex aequali a perpendiculo distantia accepto, derelinquantur;

abbiamo appunti, solo qualche foglio sciolto, che l'insigne editore delle Opere, Antonio Favaro, chiamò *Pensieri e frammenti*[16]. In uno di questi si legge una specie di promemoria[17], che fa intravedere importanza data da Galileo all'argomento:

> Che una forza contraria è impressa più fortemente nei corpi più pesanti è evidente dalle cose che, dopo essere state sospese con un filo, sono messe in moto avanti e indietro; infatti si muovono più a lungo le cose più pesanti.
> Le cose che sono più solide, più pesanti e più dense conservano tutte le qualità contrarie più a lungo, più nettamente e più facilmente; come le pietre che d'inverno diventano molto più fredde dell'aria, d'estate invece [*diventano*] molto più calde.

Quello che ora interessa non è tanto capire la teoria, recepita dal giovane Galileo, della forza impressa (in termini moderni: energia o quantità di moto, secondo i casi) e dell'analogia con il calore immesso in un corpo, che più o meno lentamente viene riassorbito dall'aria circostante, quanto osservare che egli afferma di aver sperimentato con due pesi, uno di ferro ed uno di legno, sospesi a due fili di uguale lunghezza, e di avere osservato, dopo averli allontanati dalla perpendicolare e lasciati liberi contemporaneamente, che il pendolo con il ferro aveva oscillato per più tempo dell'altro con il legno.
A credere al racconto biografico di Vincenzo Viviani, Galileo, a Pisa, è un giovane che non si fa mettere in soggezione dall'autorità accademica e, infatti, il *De Motu* è scritto con l'intento chiaro di innovare la tradizione aristotelica. Chiunque ripeta il semplice esperimento ricordato sopra, troverà quasi impossibile che a Galileo non sia venuto in mente, dopo aver osservato come si comportano i due pendoli lasciati partire dalla stessa altezza, di cambiare un po' le cose e di vedere cosa succede quando il legno e il ferro vengono lasciati cadere da angoli diversi. Se lo ha fatto, come credo, allora ha visto visto quello che poi ha scritto dieci anni più tardi da Padova a Guidobaldo del Monte[18][18]:



> Piglio dunque due fili sottili, lunghi ugualmente due o tre braccia l'uno, e siano AB, EF, e gli appicco a due chiodetti A, E, e nell'altre estremità B, F lego due palle di piombo uguali (se ben niente importa se fussero disuguali), rimuovendo poi ciascuno de' detti fili dal suo perpendicolo, ma uno assai, come saria per l'arco CB, e l'altro pochissimo, come saria secondo l'arco IF; gli lascio poi nell'istesso momento di tempo andar liberamente, e l'uno comincia a descrivere archi grandi, simili al BCD, e l'altro ne descrive de' piccoli, simili all'FIG; ma non però consuma più tempo il mobile B a passare tutto l'arco BCD, che si faccia l'altro mobile F a passare l'arco FIG. Di che mi rendo sicurissimo così:

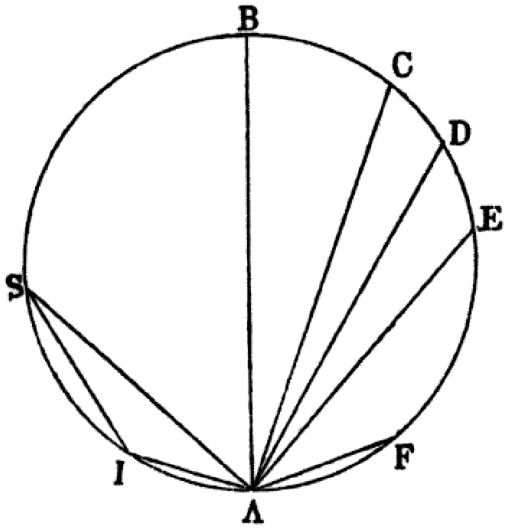
---

[16] G.G., vol. I, pp. 413. Antonio Favaro, nell'avvertimento che precede il *De Motu*, scrive: "abbiamo posto alla fine gli appunti scuciti concernenti l'argomento di queste scritture, i quali rinvenimmo nel Tomo I della Parte III a carte 102r, 104v-110r (pag. 409-417) e nel I della V a carte 3v (pag. 418-419); e ciò anche perché non è del tutto senza fondamento il pensare che, almeno alcuni, si riferiscano o a lezioni ulteriori in ordine di tempo o a successive parti di quelle prime delle quali si è già tenuto parola.

[17] G.G., vol. I, pp. 413. Quod fortius imprimatur virtus contraria in gravioribus, patet ex his quae, filo suspensa, huc illuc moventur: diutius enim, quo graviora fuerint, movebuntur.
Solidiora, graviora ac densiora diutius, acrius, faciliusque qualitates contrarias conservant omnes, ut lapides, qui in hieme longe frigidiores fiunt quam aër, in aestate vero calidiores.

[18] G.G., vol. X, pp. 97-100.

Il mobile B passa per il grand'arco BCD, e ritorna per lo medesimo DCB, e poi ritorna verso D, e va per 500 e 1000 volte reiterando le sue reciprocazioni; l'altro parimente va da F in G, e di qui torna in F, e parimente farà molte reciprocazioni; e nel tempo ch'io numero, verbi grazia, le prime cento grandi reciprocazioni BCD, DCB etc., un altro osservatore numera cento altre reciprocazioni per FIG piccolissime, e non ne numera pure una sola di più: segno evidentissimo che ciascheduna particolare di esse grandissime BCD consuma tanto tempo, quanto ogni una delle minime particolari FIG. Or se tutta(la BCD vien passata in tanto tempo in quanto la FIG, ancora le loro metà, che sono le cadute per gli archi disuguali della medesima quarta, saranno fatte in tempi uguali. Ma anco senza stare a numerar altro, V. S. Ill.ma vedrà che il mobile F non farà le sue piccolissime reciprocazioni più frequenti che il mobile B le sue grandissime, ma sempre anderanno insieme.



C'è un altro indizio, che non vorrei tralasciare in questa ricostruzione. Galileo alla fine del capitolo quattordicesimo del *De Motu*, in cui ha trattato del piano inclinato, introducendo la sua formulazione del principio d'inerzia e del principio di azione e reazione, inserisce alcuni esercizi. Ne accenno il contenuto[19]:

E da ciò che è stato dimostrato, sarà facile ottenere la soluzione di alcuni problemi: ed essi sono questi.
Primo: dati due piani inclinati, dei quali sia uguale la discesa verticale, trovare la proporzione delle velocità di uno stesso mobile su di essi. […]. Risulta dunque evidente che le velocità del medesimo mobile lungo differenti inclinazioni sono tra di loro inversamente alle lunghezze delle discese oblique, contenenti eguale discesa verticale.
Secondo, possiamo trovare piani inclinati, lungo i quali uno stesso mobile mantenga una data proporzione nelle velocità. […]
Altri problemi simili possono essere risolti: […] Ma a bella posta passiamo sotto silenzio queste cose e cose simili, poiché facilmente possono essere ritrovate, da coloro che hanno compreso ciò che è stato detto prima;

Tra i problemi omessi a bella posta crediamo che vi possa essere stato quello, che talvolta è chiamato *il teorema delle corde coniugate*, che Galileo comunicò a Guidobaldo nella stessa lettera ricordata prima.

Sia del cerchio BDA il diametro BA eretto all'orizzonte, e dal punto A sino alla circonferenza tirate linee *utcumque* AF(, AE, AD, AC: dimostro, mobili uguali cadere in tempi uguali e per la perpendicolare BA e per piani inclinati secondo le linee CA, DA, EA, FA; sicchè, partendosi nell'istesso momento dalli punti B, C, D, E, F, arriveranno in uno stesso momento al termine A, e sia la linea FA piccola quant'esser si voglia.
E forse anco più inopinabile parerà questo, pur da me dimostrato, che essendo la linea SA non maggiore della corda d'una quarta, e le linee SI, IA *utcumque*, più presto fa il medesimo mobile il viaggio SIA, partendosi da S, che il viaggio solo IA, partendosi da I.
Sin qui ho dimostrato senza trasgredire i termini mecanici; ma non posso spuntare a dimostrare come gli archi SIA et IA siano passati in tempi uguali: che è quello che cerco.

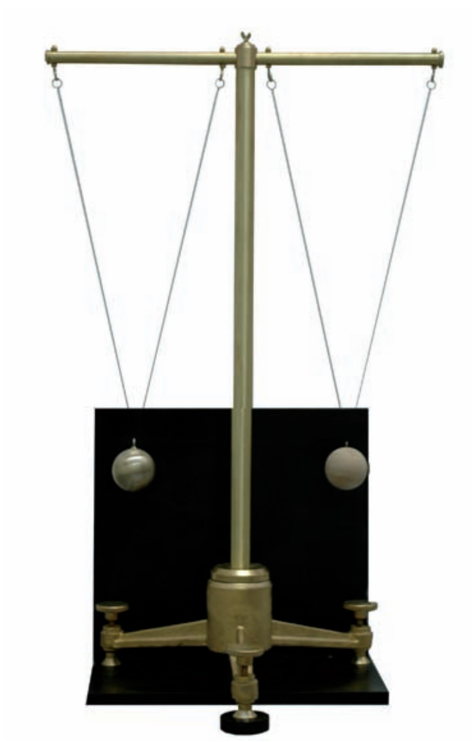
---

[19] G.G., vol. I, pp. 301 - 302. Et ex his quae demonstrata sunt, facile erit aliquorum problematum solutionem assequi: qualia haec sunt. Primo: datis duobus planis inclinatis, quorum rectus descensus idem sit, invenire proportionem celeritatum in eis eiusdem mobilis. […] Constat ergo, eiusdem mobilis in diversis inclinationibus celeritas esse inter se permutatim sicur obliquorum descensuum, aequales rectos descensus compraehentium, longitudines. Rursus, possumus plana inclinata invenire, in quibus mobile idem datam in celeritatibus servet proportionem. […] Possunt etiam alia similia problemata resolvi […] Sed, quia haec et similia ab his, qui quae supra dicta sunt intellexerint, facile inveniri possunt, prudentes omittimus.

Attraverso questo teorema Galileo si sforzò per anni di dimostrare - senza riuscirvi - l'isocronismo delle oscillazioni, quando il vincolo è una circonferenza. Ciò che fece poi Huygens, il quale dimostrò che il vincolo giusto era la cicloide[20].

Concludendo, vorrei osservare che al tempo di Galileo non esisteva il costume di pubblicare articoli, man mano che un problema è risolto, come avviene al giorno d'oggi, e per questo egli attese l'occasione delle sue opere maggiori per far conoscere quello che aveva trovato quaranta o cinquanta anni prima. Ma non tutto, perché molto andò perduto[21].

2.2 *Realizzazione*



Un tubo di ottone lungo 90 cm è fissata ad una solida base cilindrica da cui sporgono tre bracci di 30 cm, con viti calanti. Il tubo termina in tubo più sottile, sempre di ottone, lungo 67 cm, fissato nel centro, e sporgente trasversalmente in due bracci simmetrici. Ogni braccio della traversa sostiene un pendolo, la cui sospensione è costituita da due fili della stessa lunghezza (63 cm) che formano un triangolo con la direzione orizzontale definita dagli anelli della traversa a cui sono a loro volta collegati mediante due anelli, (distanza tra gli anelli 28 cm). Da queste misure si ricava che la "lunghezza" del pendolo (cioè la distanza dall'asse di rotazione, comprendendo gli anellini con cui terminano) fino all'anello di sospensione della sfera è all'incirca 62,5 cm.

La massa di uno dei pendoli è costituita di una sfera cava di bronzo, (diametro 73,5 mm) riempita all'interno di pallini di piombo per renderla più pesante. La massa dell'altro pendolo è una sfera di legno (diametro 72 mm). La lunghezza del pendolo, fino al centro della sfera è quindi all'incirca L = 66,5 cm.

Dato che la posizione del baricentro potrebbe essere diversa, controlliamo con le formule. Il valore dell'accelerazione di gravità a Pisa è $g = 9.806\ m/s^2$. Calcoliamo il valore teorico del periodo con la formula $T = 2\pi[(L/g)(1 + 2R^2/5L^2)]^{1/2}$ con R il diametro della sfera: $T = 2\pi[(L/g)(1{,}0216541)]^{1/2} = 1{,}654$ s.

[20] Che Galileo ben conosceva. Infatti a Bonaventura Cavalieri che gli chiedeva il 14 febbraio 1640 "la misura di quella linea curva simile alla curvatura di un ponte, descritta dalla rivoluzione di un cerchio sino che scorra con tutta la sua circonferenza una linea retta" rispose: "Quella linea arcuata sono più di cinquant'anni che mi venne in mente il descriverla, e l'ammirai per una curvità graziosissima per adattarla agli archi d'un ponte. Feci sopra di essa, e sopra lo spazio da lei e dalla sua corda compreso, diversi tentativi per dimostrarne qualche passione, e parvemi da principio che tale spazio potesse esser triplo del cerchio che lo descrive; ma non fu così, benchè la differenza non sia molta". In realtà aveva trovato la risposta esatta (come? Forse sperimentalmente) perché l'area è esattamente 3 volte l'area del cerchio (l'area della cicloide è proprio $3\pi r^2$).

[21] Così scriveva a Giovan Battista Baliani il 7 gennaio 1693: "Io havrei nella fantasia buon numero di problemi e questioni spezzate, parte del tutto nuove e parte diverse o contrarie dalle communemente ricevute, e se ne potria fare un libro più curioso degli altri da me scritti; ma il mio stato, pieno, oltre alla cecità, di molte altre gravissime indispositioni, aggiunte alla età decrepita di 75 anni, non mi permettono di potere occuparmi in veruno studio. Tacerò dunque, e sotto silentio passerò quel che mi resta di questa mia vita travagliosa."

Confrontiamo con i risultati delle misure con un cronometro digitale

periodo 50 oscillazioni complete	82,06 secondi (sfera bronzo)
	82,27 secondi (sfera bronzo)
	82,13 secondi (sfera di legno)
	82,14 secondi (sfera di legno)

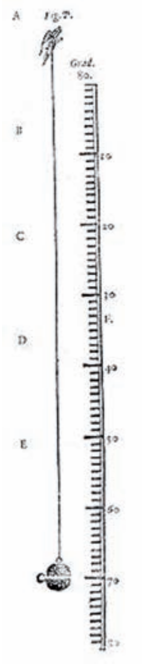
media sulle 200 oscillazioni complete: **T = 1,643** secondi a oscillazione. I risultati sono certamente in linea con la geometria dei pendoli

Dopo 50 oscillazioni l'ampiezza della sfera di legno è circa metà di quella della sfera di bronzo e piombo, mentre la prima anticipa di mezza oscillazione. La situazione rimane invariata per altre 50 oscillazioni.

2.3 *L'esperimento*

La base appoggia su una struttura angolare di legno, che serve como riferimento per far partire alla stessa altezza e allo stesso tempo i due pendoli e per misurare il progressivo differenziarsi delle loro ampiezze. Se le sfere sono poste in contatto con la parete di legno, l'angolo sotteso è di 22°,4 (arcosen21/61). Se si lasciano oscillare i pendoli simultaneamente, si osserva che l'ampiezza si riduce senza un loro apprezzabile sfasamento nelle oscillazioni. Dopo 50 oscillazioni, la massa di legno dista 8,5 cm dalla tavola e quella di bronzo 5 cm. Dopo 100 oscillazioni la sfera di legno dista 16 cm dalla tavola e quella di bronzo 8 cm, senza che si osservino variazioni nel loro sincronismo. Lasciando passare altro tempo, si vede che la sfera di bronzo oscilla con ampiezza ancora abbastanza significativa, mentre la sfera di legno mantiene solo un corto movimento intorno al punto di equilibrio, pur rimanendo percettibile la conservazione dell'isocronismo tra i due corpi sospesi.

3. UNA SCOPERTA CONDIVISA CON SANTORIO SANTORIO. IL *PULSILOGIUM*



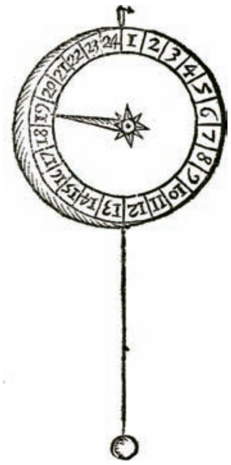
3.1 T*esti e commento*

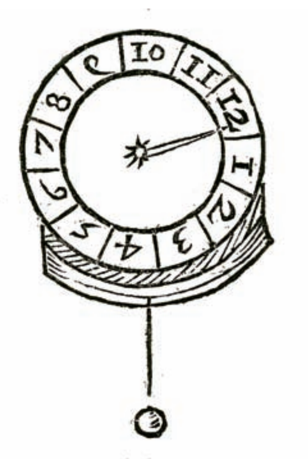
Quando Galileo scoprì l'isocronismo delle oscillazioni pendolari, racconta Vincenzo Viviani[22]:

> … pensò subito di applicarla ad uso giovevole della medicina (nella quale, per secondar il gusto del proprio padre, faceva allora i suoi studi); onde ei propose a' medici di quel tempo il valersi d'un piccol pendolo per esaminare con un tal giudice inalterabile e spassionato senza dover, come solevano, confidar nella propria e fallace reminiscenza, la varietà delle frequenze de' polsi de' febbricitanti, e chiarirsi de' tempi dell'accesso, dell'agumento, dello stato e della declinazione delle febbri. Di tal semplicissimo strumento (benché da i più, che *turpe putabant, quod imberbes didicere, senes perdendo fateri*, fosse poco apprezzato) non mancarono però de' i più docili che ne fecer conto; e di qui è che spargendosene l'uso per l'Italia et oltre a' monti, vi fu chi se ne appropriò l'invenzione senza né pur far parola del suo primo e vero autore, se non con pregiudizio di quell'onore che sì giustamente gli era dovuto.

La persona presa di mira dal Viviani è il medico istriano Santorio Santorio, il quale in varie sue opere descrisse uno strumento, al quale diede il nome di *pulsilogium*, che serviva proprio allo scopo di misurare con molta accuratezza le variazioni delle pulsazioni[23]. Santorio ha lasciato una descrizione minuziosa del *pulsilogium* e del suo uso[24]:

> [*traduzione del testo latino*] Abbiamo inventato quattro strumenti. Il primo è il nostro *pulsilogium*, con il quale con certezza matematica; & non per congettura possiamo misurare l'infimo grado del recedere e del battere secondo l'accrescersi e il diradarsi: del quale abbiamo detto qualcosa nel libro 5 del nostro Meth[*odus Vitandorum errorum*]. Dal detto *pulsilogium* ci scegliamo quello di facile realizzazione, che è illustrato dalla prima figura (come più avanti) che comprende una cordicella di lino o di seta, alla quale, come si può vedere, è appesa una sfera di piombo che, quando è colpita, se la funicella è più lunga, il movimento della sfera è più lento e meno frequente, se più corta, [*è*] più veloce & più frequente. Perciò, quando vogliamo misurare la rapidità o la lentezza dei battiti, muoviamo la pallina con le dita, allungando o accorciando la cordicella, fino al punto in cui il movimento della sfera coincide esattamente con





[22] VINCENZO VIVIANI, Atti e Memorie della Accademia Patavina di Scienze, Lettere ed Arti, Vol. XXIV, (1907-1908), pp. 14-16.

[23] A sua volta SANTORIO nei *Commentaria in primam fen primi libri canonis Avicennae* è costretto a rivendicare la paternità dei suoi strumenti, perché sente che i suoi discepoli: «dispersi in varie parti della terra, ai quali ho insegnato con somma carità e gratuita benevolenza, si attribuiscono l'invenzione di molti di questi [*strumenti*], e la loro scortesia certamente non è da passare sotto silenzio».

[24] SANTORII SANTORIO IUSTINOPOLITANI OLIM IN PATAVINO GYMNASIO *Medicinam Theoricam ordinariam Primo loco profitentis* COMMENTARIA IN PRIMA FEN PRIMI LIBRI *Canonis Avicennae … Venetii,* MDCXLVI. La prima edizione è del 1626.

l'accrescersi o il diradarsi del battito dell'arteria; e trovatolo subito osserviamo di fronte 70 gradi, indicato da una riga bianca sulla stessa sfera, dove è C. Tenuto a mente questo grado, di nuovo nello stesso giorno o nel seguente possiamo indagare con lo stesso strumento se i battiti dell'arteria siano diventati un pochino più rapidi o più lenti; dico un pochino perché con l'uso di questo strumento non cerchiamo quelle marcate differenze di rapidità o rallentamento delle pulsazioni che possono essere memorizzate dal medico, ma piuttosto quelle minime, le cui differenze non sono percepibili da un giorno all'altro. Per lo stesso uso vi è un altro strumento simile, il cui disegno vedrai a pagina 78 [*in questa edizione la f gura è alle colonne 109-110*], figura E. Per altro si noti che la sfera di piombo spinta da una forza maggiore o minore non cambia la lentezza o la rapidità: perché spingendo più forte, quanto è acquistato in spazio, tanto è restituito in impeto [*quantum amittitur de spacio, tantum remittitur de violentia*].

Santorio quindi afferma, come Galileo, che la frequenza non dipende dall'ampiezza, ma dalle figure e dalle sue spiegazioni si ricava che per lui il periodo dipende linearmente dalla lunghezza del filo. È significativo, infatti, che nelle rappresentazioni grafiche del *pulsilogium* le scale siano tutte lineari: quindi non permettono una lettura diretta della frequenza del polso.

Per costruire scale di questo tipo Santorio avrebbe dovuto sapere che il periodo del pendolo è proporzionale alla radice quadrata della lunghezza del filo. Inoltre, Santorio non mostra di conoscere un metodo per collegare la lunghezza del filo al tempo.

Galileo, per determinare il tempo di un'oscillazione, utilizzò un pendolo, contandone le vibrazioni da una notte all'altra, tra il passaggio di una stella attraverso un traguardo e il suo ritorno dopo 24 ore. Questo pendolo standard gli serviva poi per tarare i pendoli di lunghezza differente[25].

Raffaello Caverni nella sua monumentale storia[26] attribuisce a Santorio addirittura la costruzione di un orologio a pendolo, citando un altro strumento, chiamato *Cotyla*, che il medico istriano descrive nel suo *Commentario in prima fen* … del 1626:

Non sembra a noi poter esservi alcun dubbio che questa così detta *Cotyla*, descrittaci o mostrataci sotto velo da Santorio, non sia un vero è proprio orologio a pendolo. La chiama *Cotyla* perché come udimmo dire a lui stesso, la mostra era alquanto incavata da presentare l'immagine di una scodella, [Caverni fa riferimento, non al significato latino, ma al termine greco κοτυλη = *concavità, cavità, tazzetta*], ma dietro alla scodella doveva esservi qualche congegno, il quale comunicasse all'indice i moti vibratori del pendolo In che propriamente consistesse un tal congegno, e come fosse connesso con gli stessi moti vibratori, non possiamo noi dirlo con certezza, ma è facile indovinare che consistesse tutto in ruote dentate, a somiglianza di quell'altro orologio a pendolo, che per uso di trovar longitudini fu proposto da Galileo.

E poco più avanti conclude:

…dimostreremo la inverosimiglianza che la prima occasione di scoprir l'isocronismo del pendolo si porgesse a Galileo stesso nell'attendere a misurar la durata delle oscillazioni o più ampie o più ristrette della lampada nel Duomo di Pisa. Ma non si può negare, in ogni modo, che verso quel tempo indicato dal Viviani, o poco dopo, il gran Maestro della nuova Scienza del moto non fosse veramente il primo a notare quella insigne proprietà dei corpi oscillanti. Comunque sia, abbiamo documento certissimo che nel 1602 Galileo si faticava intorno alla dimostrazione di quella proprietà naturale de' corpi gravi sospesi, già prima sperimentalmente scoperta, e il documento è una lettera diretta a Guidubaldo del Monte, da Padova, dove da poco insegnava, collega [*sic!*] e amico di Santorre Santorio. È

---

[25] G.G.,vol. VIII, p. 455: *Le operazioni astronomiche.*

[26] RAFFAELLO CAVERNI, *Storia del metodo sperimentale in Italia*, Firenze 1891-1598, vol. I, p. 302-304.

probabilissimo perciò che il giovane Matematico conferisse questa sua nuova speculazione col Medico già provetto, e la probabilità vien maggiormente confermata dal vedere che i principi meccanici dell'uno erano quegli stessi professati dall'altro. Imperocché il Santorio ammette l'isocronismo assoluto, come Galileo, per ogni ampiezza di arco, e ritien che i tempi delle vibrazioni fatte da due pendoli di differente lunghezza fossero ad esse lunghezze in semplice ragion reciproca proporzionali, [*cosa che Galileo non ha mai supposto*]. Benché insomma il primo a pubblicar questa proprietà del pendolo fosse il Santorio, è certo nulladimeno che anni prima [*di quando?*] aveva privatamente fatta nota quella scoperta Galileo, come principale fondamento al grande edifizio meccanico, a cui egli già cominciava a por mano.

Chiunque può rendersi conto che un pendolo costituito da un filo non può essere collegato ad un orologio per dargli la costanza del tempo, poiché le sue oscillazioni ben presto tracciano una superficie conica. Inoltre, gli orologi d'allora, del tipo suggerito dal disegno di Santorio, avevano internamente una molla collegata ad un filo avvolto su un cono, per compensare il progressivo diminuire della forza elastica. Non si vede come il loro meccanismo poteva adattarsi alle oscillazioni di un pendolo. Galileo aveva chiarissima questa difficoltà, ed è dettagliato nel suggerire nel 1637 a Lorenzo Realio (e per suo tramite agli Stati Generali di Olanda) come evitarlo:

Da questo verissimo e stabile principio traggo io la struttura del mio numeratore del tempo, servendomi non d'un peso pendente da un filo, ma di un pendulo di materia solida e grave, qual sarebbe ottone o rame; il qual pendulo fo in forma di settore di cerchio di dodici o quindici gradi, il cui semidiametro sia due o tre palmi; e quanto maggiore sarà, con minor tedio se gli potrà assistere. Questo tal settore fo più grosso nel semidiametro di mezzo, andandolo assottigliando verso i lati estremi, dove fo che termini in una linea assai tagliente, per evitare quanto si possa l'impedimento dell'aria, che sola lo va ritardando. Questo è perforato nel centro, pel quale passa un ferretto in forma di quelli sopra i quali si voltano le stadere; il qual ferretto, terminando nella parte di sotto in un angolo, e posando sopra due sostegni di bronzo, acciò meno si consumino pel lungo muovergli il settore, rimosso esso settore per molti gradi dallo stato perpendicolare (quando sia bene bilicato), prima che si fermi anderà reciprocando di qua e di là numero grandissimo di vibrazioni… Ma il significar questo alle SS. loro, che hanno uomini esquisitissimi ed ingegnosissimi in fabbricare orologi ed altre macchine ammirande, è cosa superflua, perchè essi medesimi sopra questo fondamento nuovo, di sapere che il pendulo, muovasi per grandi o per brevi spazi, fa le sue reciprocazioni egualissime, troveranno conseguenze più sottili di quelle che io possa immaginarmi. E siccome la fallacia degli orologi consiste principalmente nel non s'essere sin qui potuto fabbricare quello che noi chiamiamo il tempo dell'orologio, tanto aggiustatamente che faccia le sue vibrazioni eguali; così in questo mio pendolo semplicissimo, e non suggetto ad alterazione alcuna, si contiene il modo di mantenere sempre egualissime le misure del tempo.

In più, un quadrante con una sola lancetta che segna le ore non ha senso per un orologio, a cui è collegato un pendolo che oscilla con la frequenza dei battiti del polso. Per ultimo, l'utilizzo della Cotyla era, per Santorio, quello di misurare il ritmo della respirazione, confrontando la durata dell'espirazione con quella dell'inspirazione che, secondo Avicenna, erano collegate con la frequenza delle diastole e delle sistole del polso, assai più difficili da confrontare. Il Favaro ha attribuito al Caverni l'insano proposito di denigrare ad ogni costo Galileo e questo sembra palese per quanto ha lasciato scritto sul primo uso del pendolo per gli orologi[27]:

… il pendolo non s'incominciò ad usar per misuratore del tempo in Astronomia, se non che verso il 1638, come da noi verrà dimostrato a suo luogo. Prima di quel tempo il pendolo, per Galileo, non era altro che uno strumento meccanico, per cui crediamo di poter giustamente asserire che il primo, il quale si servisse del pendolo come di strumento cronologico fu il Santorio. Né la critica sa

[27] RAFFAELLO CAVERNI, *op. cit.*, vol. I, pp. 305-306.

suggerirci nessun buon motivo di credere che la prima idea del Pulsilogio l'avesse il celebre Medico attinta dai colloqui con Galileo, ripensando che questi non attendeva in Padova all'arte medica, mentre l'altro la professava ivi con gran celebrità, e per l'invenzione di altri strumenti era venuto in gran fama. D'altra parte sappiamo per cosa certa che Galileo non si servì del pendolo per misuratore del tempo, nemmeno nelle sue sperimentali meccaniche operazioni [*se ne servì, invece, fin da prima del 1604, quando comunicò a Paolo Sarpi la legge di caduta dei gravi*], preferendo l'antica clessidra, col pesar l'acqua in un dato tempo stillata [*chi glielo ha detto?*]. Se non ne fece dunque l'applicazione in materia propria e in soggetto così geloso, qual'era quello di misurare i tempi di caduta de' gravi rispetto agli spazi successivamente passati; com'è credibile che facesse uso del pendolo, o pensasse a suggerirlo a un'arte aliena dalla sua professione? E come può con giustizia asserire che il Santorio tanto solo avesse d'ingegno, quanto gliene bisognava a furar destramente una scoperta a Galileo?

In seguito, il Caverni ebbe a correggere in parte quanto aveva scritto sulla costruzione di un orologio da parte del Santorio, ma non per questo perse l'occasione per sminuire ancora Galileo[28]:

Facemmo, a pagine 301, 302 del nostro I tomo, avvertire che, primo a servirsi del pendolo per uso cronometrico, fu il Santorio, e non avremmo risospinta indietro la vista così lontano, se non ci premesse di confessare ai lettori l'errore, in cui allora cademmo, in dar lo strumento santoriano, da una delle antiche misure denominato *Cotyla*, per un automa, mentre era il dito che, muovendo o da una parte o dall'altra l'indice per un certo numero di gradi, faceva rotare ora a destra ora a sinistra un cilindro, da cui svolgendosi, o su cui avvolgendosi il filo del pendolo, si poteva a piacere aggiustarlo alla misura corrispondente al numero segnato dalla punta dell'indice stesso sopra la mostra. Il Santorio insomma apparisce nella storia il primo, che applicasse il pendolo agli usi pratici, mentre Galileo si tratteneva sterilmente [*sic* !!] a contemplarne la teoria. Ma perché, da chi [*si legga: Favaro*] tutto vuole attribuire a quell'uomo, adorato come divino, anche questa distinzione è negata, è ben lasciare i rettorici discorsi a chi se ne diletta, per ridurci alla severa e schietta conclusione dei fatti.

Si può comprendere l'imbarazzo di Viviani e le sue accuse indirette di appropriazione indebita: Galileo non aveva mai protestato con il Santorio, che conosceva e di cui talvolta era stato paziente. D'altra parte Santorio aveva ribaltato l'uso del pendolo: non una lunghezza fissa per dare sempre la stessa frazione di tempo, ma uno strumento variabile da sincronizzare con le pulsazioni di un'arteria. In questo senso, giustamente, Sartorio scrive nell'indice del *Methodus vitandorum errorum*: "Pulsilogium, instrumentum ab autore nuper inventum", [*cioè: Pulsilogium, strumento dall'autore recentemente inventato*]. Con lo strumento si potevano misurare il moto e la quiete delle arterie, comparare le pulsazione misurate con quelle nei giorni precedenti, ed inoltre osservare e misurare eventuali aritmie.
Galileo cosa avrebbe potuto dire sulla questione della priorità? Portare come prova che aveva scritto una lettera nel 1602 a Guidobaldo del Monte illustrando le proprietà del pendolo? Che aveva tentato di dimostrare l'isocronismo, utilizzando il teorema delle corde, immediata applicazione della legge del piano inclinato, scoperta dieci anni prima a Pisa? Rivelare il risultato delle sue ricerche, di cui era tanto geloso, da aspettare più di trent'anni a pubblicarle? Non aveva alcuna convenienza e non fece alcun reclamo.

---

[28] RAFFAELLO CAVERNI, *op. cit.*, vol. IV, p. 406.

3.2 *Realizzazione*

Il pulsilogium è costituito delle seguenti parti:

a) Un disco di ottone (diametro 80 mm, spessore 2 mm) con un foro centrale, reca nove divisioni segnate da numeri crescenti di 5 in 5, iniziando da 60 fino a 105.

b) Un disco di legno per avvolgere il filo, (diametro 61 mm, spessore 7 mm), con foro centrale sul quale è incollata una freccia sagomata in lamierino di ottone.

c) Un vite di ottone, a cui si avvita da un lato un pomello godronato di ottone e dall'altro il perno per il supporto.

d) Una massa pendolare di ottone, a sagoma elissoidale, (diametro al centro 20 mm, lunghezza 23 mm) reca superiormente un incavo filettato, che accoglie l'estremo del filo, che viene fermato ad essa mediante una giunzione a vite attraverso cui il filo stesso passa.
Il disco di legno è bloccato con una spina al pomello godronato e gira con esso contro il disco graduato che rimane fermo. Il filo, di cui un estremo è fermato al disco di legno, si avvolge o si svolge secondo il verso di rotazione del disco di legno, allungando o accorciando la lunghezza della parte che oscilla. Il pendolo vero e proprio inizia da un punto fisso del disco di ottone, consistente in un fulcro di ottone avvitato al disco, attraverso il quale passa il filo, che ha l'altro estremo trattenuto nella massa pendolare.

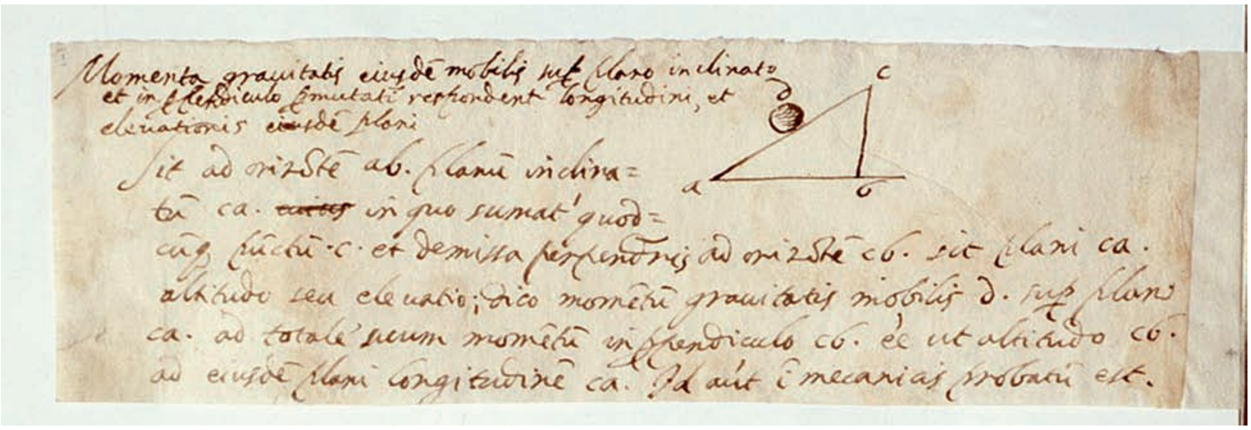
3.3 *Esperimento*

Il disco di'ottone viene tenuto con la mano destra. Con la mano sinistra si gira il pomello godronato, per allungare o accorciare il filo del pendolo. Chi utilizza il pulsilogium, sente il polso del "malato" con la sinistra e nello stesso tempo percepisce con la destra la frequenza d'oscillazione del pendolo. Modificando opportunamente il periodo con il variare la lunghezza del filo, si arriva a far coincidere la frequenza del polso con quella del pendolo. La freccia indica sul disco d'ottone il numero dei battiti per minuto. Nella scala la distanza tra i numeri cresce con la potenza 1/2.

4. RICERCHE SULL'ISOCRONISMO.
IL TEOREMA DELLE CORDE CONIUGATE (1592-1602)

4.1 *Introduzione e testi*

Il teorema, a cui Stilmann Drake ha dato il nome di *teorema di Galileo* ed anche di *relazione delle corde coniugate*, ha una grande importanza nell'evoluzione delle idee di Galileo sul moto. Le prime carte rimaste sono tra le più antiche del periodo padovano, almeno così risulta dallo studio di Drake sulle filigrane. Il teorema è stato illustrato, senza accludere la prova, da Galileo a Guidobaldo Del Monte nella lettera del 1602, che abbiamo ricordato nel precedente argomento.
L'estrema complessità della trattazione che fece del teorema nei *Discorsi sopra due Nuove Scienze*, presentando ben tre dimostrazioni, mostra il desiderio di Galileo di mettere in gioco su un esperimento convincente alcuni dei risultati più importanti delle sue ricerche. Questa esigenza può spiegare per il suo libro perché non si è servito d'altre dimostrazioni, che sono rimaste tra gli appunti di Galileo e che sono assai più dirette. Ci sembra importante fare conoscere alcune versioni, delle molte che sono rimaste.

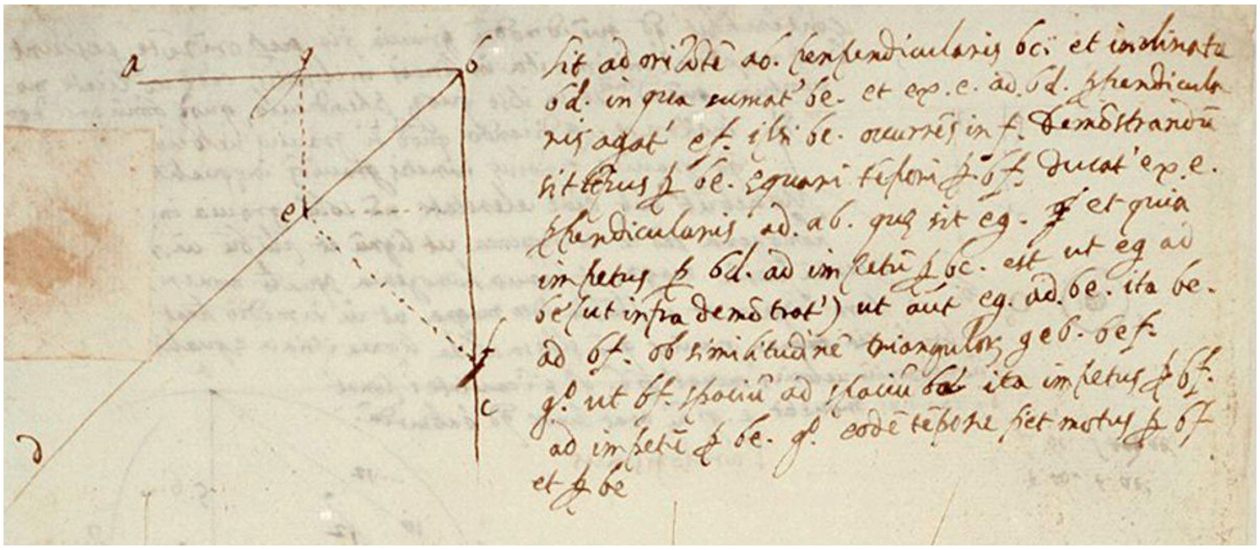


Mss 72, c. 179v.1 (autografa di Galileo)

> Momenta gravitatis eiusdem mobilis super plano inclinato et in perpendiculo permutatim respondent longitudini et elevationi eiusdem plani. Sit ad orizontem *ab* planum inclinatum *ca*, in quo sumatur quodcumque punctum *c*, et demissa perpendicularis ad orizontem *cb* sit plani *ca* altitudo seu elevatio: dico, momentum gravitatis mobilis *d* super plano *ca* ad totale suum momentum in perpendiculo *cb* esse ut altitudo *cb* ad eiusdem plani longitudinem *ca*. Id autem in mecanicis probatum est.

Traduzione di Adriano Carugo

> I momenti di gravità di uno stesso mobile [*rispettivamente*] sopra un piano inclinato e lungo la perpendicolare, sono proporzionali alla lunghezza e alla elevazione del medesimo piano, permutatamente [= *inversamente*] prese. Sia inclinato sull'orizzonte *ab* il piano *ca*, sul quale si prenda un qualunque punto *c*, e la perpendicolare *cb*, abbassata sull'orizzonte, sia l'altezza o elevazione del piano *ca*: dico che il momento di gravità del mobile *d* sopra il piano *ca* sta al suo momento totale lungo la perpendicolare *cb*, come l'altezza *cb* sta alla lunghezza *ca* del medesimo piano. E ciò fu provato nelle meccaniche.



Ms.72, c. 147v (autografa di Galileo)

> Sit ad orizontem *ab* perpendicularis *bc* et inclinata *bd*, in qua sumatur *be*, et ex *e* ad *bd* perpedicularis agatur *ef*, ipsi occurrens in *f*: demonstrandum sit, tempus per *be* aequari tempori per *bf*. Ducatur ex *e* perpendicularis ad *ab*, quae sit *eg*: et quia impetus per *bd* ad impetum per *bc* est ut *eg* ad *be* (ut infra demonstratur); ut autem *eg* ad *be*, ita *be* ad *bf*, ob similitudinem triangulorum *geb*, *bef*; ergo ut *bf* spacium ad spacium *be*, ita impetus per *bf* ad impetum per *be*: ergo eodem tempore fiet motus per *bf* et per *be*.

Traduzione di Adriano Carugo

> Siano [*condotte*], all'orizzonte *ab*, la perpendicolare *bc* e l'inclinata *bd*, sulla quale si prenda [*il tratto*] *be*, e da *e* si conduca, perpendicolare a *bd*, la *ef*, la quale incontra la detta *bc* in *f*: sia da dimostrare che il tempo per *be* è eguale al tempo per *bf*.
> Si conduca, a partire da *e*, la perpendicolare ad *ab*, e sia essa *eg*: e poiché l'impeto per *bd* sta all'impeto per *bc*, come *eg* sta a *be* (come sotto si dimostra); poiché, d'altra parte, come *eg* sta a *be*, così *be* sta a *bf*, per la similitudine dei triangoli *geb* e *bef*; dunque, come lo spazio *bf* sta allo spazio *be*, così l'impeto per *bf* sta all'impeto per *be*: dunque, il moto per *bf* e per *be* si svolgerà nel medesimo tempo.

Da queste due proposizioni deriva immediatamente il teorema delle corde: basta considerare *bf* come il diametro della circonferenza e *be* una corda.

L'importanza di questo teorema viene dal collegamento che ho recentemente avanzato, con gli "esercizi" proposti da Galileo nel *De motu* come applicazione delle proprietà del moto su un piano inclinato. Avendo egli indicato come una semplice conseguenza della "legge del seno"la prova di alcuni esercizi[29], ci sembra che il teorema della

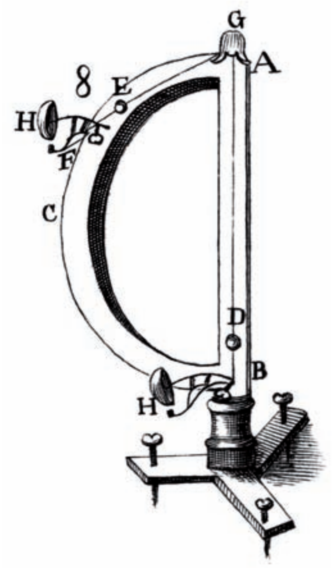
[29] [Traduzione del testo latino] "E da ciò che è stato dimostrato, sarà facile ottenere la soluzione di alcuni problemi: ed essi sono questi.
Primo: dati due piani inclinati, dei quali sia uguale la discesa verticale, trovare la proporzione delle velocità di uno stesso mobile su di essi. […]. Risulta dunque evidente che le velocità del medesimo mobile lungo differenti inclinazioni sono tra di loro inversamente alle lunghezze delle discese oblique, contenenti eguale discesa verticale.
Secondo, possiamo trovare piani inclinati, lungo i quali uno stesso mobile mantenga una data proporzione nelle velocità. […]

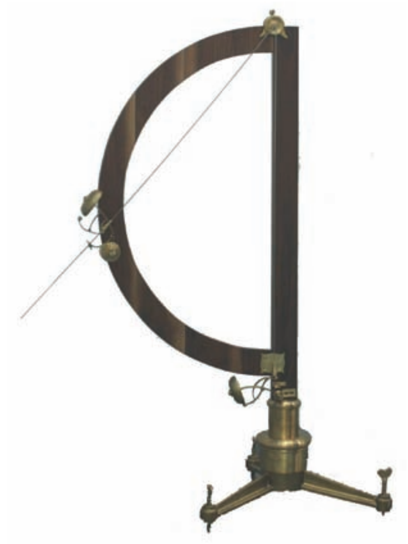
corda possa essere stato uno di quelli, da lui ritrovato fin d'allora. Possiamo anche ipotizzare un motivo che spieghi perché Galileo non ha comunicato a nessuno i suoi risultati, prima della lettera a Guidobaldo Del Monte del 1602. Infatti, per molto tempo, fino al 1602, deve aver sperato di poter collegare il teorema delle corde all'isocronismo delle oscillazioni nello "scatolone" e per conseguenza a quelle del pendolo ed è significativo come si esprime in proposito con Guidobaldo:

> Sin qui ho dimostrato senza trasgredire i termini meccanici; ma non posso spuntare a dimostrare come gli archi SIA et IA siano passati in tempi uguali: che è quello che cerco.

4.2 *Realizzazione*

L'apparecchio che dimostra sperimentalmente il teorema è stato realizzato secondo il disegno di Carlo Alfonso Guadagni, riportato in *Specimen experimentorum naturalium* (Pisa, 1764). Vi sono alcune differenze rispetto all'incisione e alla descrizione del Guadagni:
a) i fili qui sono di acciaio;
b) le sfere forate sono state sostituite con due proiettili conici, per farli partire il più vicino possibile alla circonferenza esterna, che è quella su cui si basa il teorema;
c) la lamina elastica, prevista dal Guadagni, per trattenere i globi e farli partire simultaneamente non è stata riprodotta.





4.3 *Esperimento*

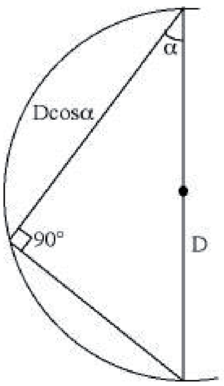
Altri problemi simili possono essere risolti: [...] Ma a bella posta passiamo sotto silenzio queste cose e cose simili, poiché facilmente possono essere ritrovate, da coloro che hanno compreso ciò che è stato detto prima".

Non è fuori luogo presentare l'esperimento con le stesse parole del suo ideatore, sia per motivi di aderenza storica, sia perché la spiegazione è estremamente chiara:

> In un filo di bronzo AB (*vedi figura*) steso perpendicolarmente all'orizzonte lungo il diametro di un cerchio di legno ABC, scorra un globo di bronzo D forato in un suo diametro, il cui peso e massa siano uguali ad un altro globo E che, perforato allo stesso modo, scorra in un altro filo di bronzo AF condotto lungo la corda del cerchio. Al punto in cui si incontrano la corda e il diametro si adattino i suddetti globi trattenuti da una lamina elastica G. Se si preme la lamina elastica in modo tale che i globi cadano nello stesso momento, giungeranno anche nello stesso momento uno alla fine del diametro, l'altro alla fine della corda, e colpiranno entrambi un corpo sonoro H collocato all'estremità di ciascuno dei due.

Come indica il Guadagni, l'esperimento consiste nel disporre con una mano i due proiettili di ottone nella parte più alta dei due fili, al centro del cilindretto di ottone. Se si lasciano cadere simultaneamente, i due campanelli a fine corsa suoneranno contemporaneamente. I proiettili, quindi, impiegano lo stesso tempo a percorrere i due fili, che hanno lunghezze diverse. Si può ripetere l'esperimento con altre posizioni del filo obliquo: i campanelli suoneranno all'unisono.

La spiegazione è molto semplice se ci serviamo di un linguaggio moderno. Sia D il diametro della semicirconferenza e G l'accelerazione di gravità. Il moto è uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla. Ponendo



Δs lo spazio percorso,
α l'angolo al vertice dei due fili,
Δt il tempo impiegato,
G $\cos\alpha$ la componente dell'accelerazione lungo il filo:
si ha $\Delta s=(1/2)\ G \cos\alpha \Delta t^2$.
Per il moto lungo il filo verticale il tempo impiegato è $T_1=(2D/G)^{1/2}$. Per il moto lungo il filo obliquo, lo spazio percorso è $D\cos\alpha$ (in una semicirconferenza qualsiasi triangolo inscritto che insiste sul diametro è retto), e quindi il tempo impiegato è
$T_2=(2D \cos\alpha/G\cos\alpha)^{1/2}=(2D/G)^{1/2}=T_1$.

4.4 *Testi a stampa*

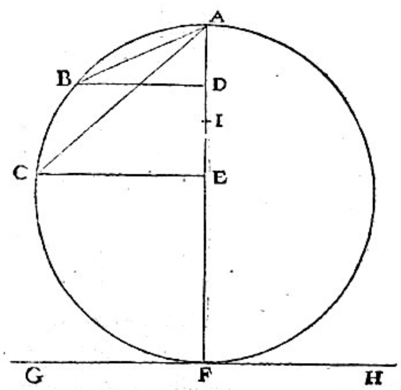
La presentazione scientifica è fatta da Galileo dei *Discorsi sopra due Nuove Scienze*, che riproduciamo nelle pagine tratte dall'edizione originale e nella traduzione che ne ha dato Adriano Carugo.

Si à puncto ſublimi, vel imo circuli ad horizontem erecti ducantur quælibet plana uſque ad circumferentiam inclinata, tempora deſcenſuum per ipſa erunt æqualia.

Sit circulus ad horizontem G H erectus, cujus ex imo puncto, nempe ex contactu cum horizontali ſit erecta diameter F A, & ex puncto ſublimi A plana quælibet inclinentur uſque ad circumferentiam A B, A C. Dico tempora deſcenſuum per ipſa eſſe æqualia. Ducantur B D, C E ad diametrum perpendiculares, & inter planorum E A, A D altitudines media ſit proportionalis A I. Et quia rectangula F A E, F A D æqualia

æqualia

æqualia ſunt quadratis A C, A B, ut autem rectangulum F A E ad rectangulum F A D, ita E A ad A D; ergo ut quadratum C A ad quadratum A B, ita E A linea ad lineam A D. verum ut

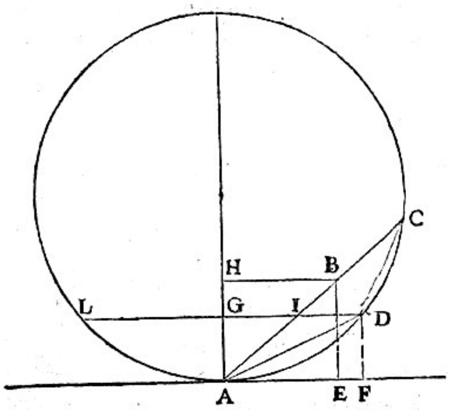


linea E A ad D A, ita quadratum I A ad quadratum A D; ergo quadrata linearum C A, A B ſunt inter ſe, ut quadrata linearum F A, A D, & ideo ut C A linea ad A B, ita I A ad A D. At in præcedenti demonſtratum eſt rationem temporis deſcenſus per A C, ad tempus deſcenſus per A B, componi ex rationibus C A ad A B & D A ad A I, quæ eſt eadem cum ratione B A ad A C; ergo ratio temporis deſcenſus per A C ad tempus deſcenſus per A B componitur ex rationibus C A ad A B, & B A ad A C. Eſt igitur ratio eorumdem temporum ratio æqualitatis. ergo patet propoſitum.

Idem aliter demonſtratur ex Mechanicis. Nempe in ſequenti figura: Mobile temporibus æqualibus pertranſire C A, D A. Sit enim B A æqualis ipſi D A, & ducantur perpendiculares B E, D F, conſtat ex elementis mechanicis, momentum ponderis ſuper plano ſecundum lineam A B C elevato ad momentum ſuum totale eſſe, ut B E ad B A, ejuſdemque ponderis momentum ſuper elevatione A D ad totale ſuum momentum

Z 3 mentum

mentum esse, ut D F ad D A vel B A; ergo ejusdem ponderis momentum super plano secundum D A inclinato ad momentum super inclinatione secundum A B C est, ut linea D F



ad lineam B E. Quare spatia, quæ pertransibit idem pondus temporibus æqualibus super inclinationibus C A, D A, erunt inter se, ut lineæ B E, D F, ex propositione secunda primi libri. Verum ut B E ad D F, ita demonstratur se habere A C ad D A; ergo idem Mobile temporibus æqualibus pertransibit lineas C A, D A.

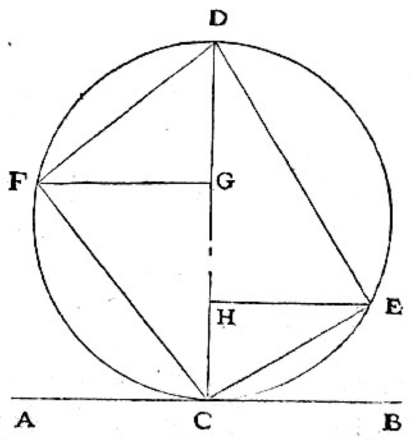
Esse autem ut B E ad D F, ita C A ad D A, ita demonstratur.

Jungatur C D; & per D & B, ipsi A F parallelæ agantur D G L, secans C A in puncto I, & B H: eritque angulus A D I æqualis angulo D C A, cum circumferentiis L A, A D æqualibus insistant, estque angulus D A C communis: ergo triangulorum æquiangulorum C A D, D A I latera circa æquales angulos proportionalia erunt; & ut C A ad A D, ita D A ad A I, id est, B A ad A I, seu H A ad A G, hoc est, B E ad D F: quod erat probandum.

Aliter idem magis expedite demonstrabitur sic.

Sic

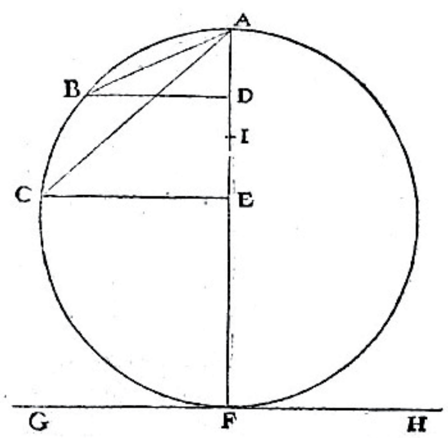
Sit ad horizontem A B erectus circulus, cujus diameter C D ad horizontem sit perpendicularis; ex termino autem sublimi D inclinetur ad circumferentiam usque quodlibet planum D F. Dico descensum per planum D F, & casum per diametrum D C, ejusdem mobilis temporibus æqualibus absolvi. Ducatur enim F G horizonti A B parallela, quæ erit ad diametrum D C perpendicularis, & connectatur F C, & quia tempus casus per D C ad tempus casus per D G est, ut media proportionalis inter C D, D G ad ipsam D G; media autem inter C D, D G est D F, cum angulus



D F C in semicirculo sit rectus, & F G perpendicularis ad D C: tempus itaque casus per D C ad tempus casus per D G, est ut linea F D ad D G. sed jam demonstratum est tempus descensus per D F ad tempus casus per D G esse, ut eadem linea D F ad D G. tempora igitur descensus per D F, & casus per D C ad idem tempus casus per D G eamdem habent rationem; ergo sunt æqualia. Similiter demonstrabitur, si ab imo termino C elevetur chorda C E ducta E H horizonti parallela, & juncta E D, tempus descensus per E C, æquari tempori casus per diametrum D C.

Traduzione di Adriano Carugo

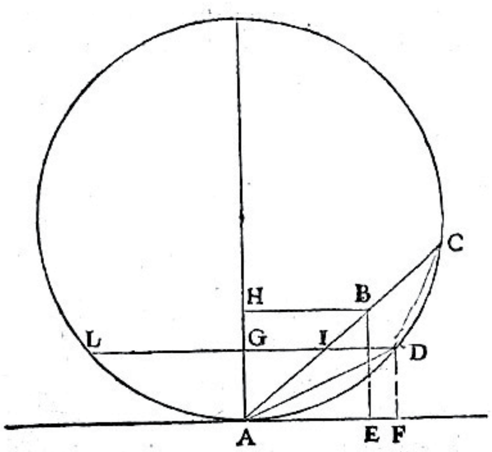
TEOREMA 6. PROPOSIZIONE 6.



Se dal più alto o dal più basso punto di un cerchio eretto sull'orizzonte si conducono piani inclinati qualsiasi fino alla circonferenza, i tempi delle discese lungo tali piani saranno uguali. Sull'orizzonte GH sia eretto un circolo: dal suo punto più basso, ossia dal punto di contatto con la linea orizzontale, venga innalzato il diametro FA, e dal suo punto più alto A siano fatti scendere piani inclinati qualsiasi, come AB e AC, fino a che incontrino la circonferenza: dico, che i tempi di discesa su tali piani sono eguali. Si conducano BD e CE perpendicolari al diametro, e tra le altezze EA e AD dei piani sia media proporzionale la AI: poiché i rettangoli FAE e FAD sono eguali [*equivalenti rispettivamente*] ai quadrati di AC e di AB; e poiché, inoltre, come il rettangolo FAE sta al rettangolo FAD, così EA sta ad AD; dunque, come il quadrato di CA sta al quadrato di AB, così la linea EA sta alla linea AD. Ma come la linea EA sta alla AD, così il quadrato di IA al quadrato di AD; dunque, i quadrati delle linee CA e AB stanno tra di loro come i quadrati delle linee IA e AD, e quindi come la linea CA sta alla AB, così la IA sta alla AD. Ma, nel teorema precedente si è dimostrato che la proporzione del tempo di discesa per AC al tempo di discesa per AB è composta della proporzione di CA ad Ab e di quella di BA ad AC, la quale [ultima, *come ora si è visto*] è eguale alla proporzione di BA ad AC; dunque, la proporzione del tempo della discesa per AC al tempo della discesa per AB è composta dellepèroporzioni di CA ad AB e di BA ad Ac; la proporzione tra i tempi è, pertanto, una proporzione di eguaglianza [*è pertanto eguale a 1*]: è dunque evidente quello che ci eravamo proposti.

Il medesimo teorema si dimostra in maniera diversa in base a considerazioni meccaniche: cioè, nella figura seguente, il mobile percorre CA e DA in tempi eguali.

Sia infatti BA eguale a DA, e si conducano le perpendicolari BE e DF; risulta dagli elementi della meccanica, che il momento di un peso sul piano inclinato secondo la linea ABC sta al suo momento totale come BE sta a BA, e che il momento del medesimo peso sopra l'inclinazione AD sta al suo momento totale come DF sta a DA, ossia a BA; dunque, il momento di quel medesimo peso sul piano inclinato secondo la DA sta al suo momento secondo la ABC, come la linea DF sta alla linea BE; perciò gli spazi che il medesimo peso percorrerà in tempi eguali sopra le inclinazioni CA e DA, staranno tra di loro [*rispettivamente*] come le linee BE e DF, per la proposizione seconda del primo libro.



Ma [*come subito vedremo*] si dimostra che come BE sta a DF così AC sta a DA; dunque, il medesimo mobile percorrerà le linee CA e DA in tempi rguali. Che poi BE sta a DF come CA sta a DA, si dimostra nel modo seguente: Si tracci la corda CD e per i punti D e B si conducano, parallelamente alla AF, la linea DGL, la quale taglia la CA nel punto I e la BH: l'angoloADI sarà eguale all'angolo DCA, poiché insistono sugli archi eguali LA e AD; è inoltre comune l'angolo

DAC. Dunque, nei triangoli equiangoli [*simili*] CAD e DAI i lati, adiacenti ad angoli eguali, saranno proporzionali, e CA starà ad AD, come DA ad AI, cioè come BA ad AI, ossia come HA ad AG, cioè come BE a DF: che è quello che si doveva provare.

Galileo dà addirittura una terza dimostrazione “diversa e più spedita”:

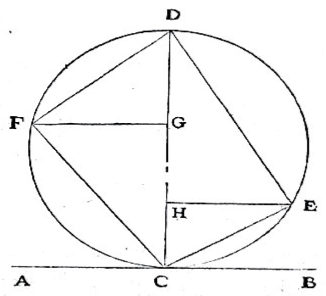
Sia eretto sull’orizzonte AB un cerchio, il cui diametro CD sia perpendicolare all’orizzonte; dall’estremo più alto D si conduca un qualunque piano inclinato DF fino ad incontrare la circonferenza: dico, che la discesa sul piano DF e la caduta lungo il diametro DC di un medesimo mobile si compiono in tempi eguali. Si conduca, infatti, parallela all’orizzonte AB, la FG, la quale risulterà perpendicolare al diametro DC, e si tracci la corda FC: e poiché il tempo di caduta per DC sta al tempo della caduta per DG come la media proporzionale tra CD e DG sta alla medesima DG; e poiché, inoltre, la media proporzionale tra CD e DG è DF, essendo retto l’angolo DFC [*iscritto*] nella semicirconferenza ed essendo FG perpendicolare a DC; pertanto il tempo della caduta per DC sta al tempo della caduta per DG come la linea FD sta alla DG. Ma si è già dimostrato che il tempo della discesa per DF sta al tempo della caduta per DG come la medesima linea DF sta alla DG; dunque, il tempo della discesa per DF e quello della caduta per DC avranno la medesima proporzione verso il medesimo tempo della discesa per DG; dunque, sono eguali. Similmente si dimostra che, se dall’estremo inferiore C si eleva la corda CE, condotta la EH parallela all’orizzonte e tracciata la corda ED, il tempo della discesa per EC sarà eguale al tempo della caduta lungo il diametro DC.

COROLLARIO 1

Di qui si ricava che i tempi delle discese lungo tutte le corde condotte dagli estremi C o D, sono tra di loro eguali.

DEL GALILEO. 183

Sit ad horizontem A B erectus circulus, cujus diameter C D ad horizontem ſit perpendicularis; ex termino autem ſublimi D inclinetur ad circumferentiam uſque quodlibet planum D F. Dico deſcenſum per planum D F, & caſum per diametrum D C, ejuſdem mobilis temporibus æqualibus abſolvi. Ducatur enim F G horizonti A B parallela, quæ erit ad diametrum D C perpendicularis, & connectatur F C, & quia tempus caſus per D C ad tempus caſus per D G eſt, ut media proportionalis inter C D, D G ad ipſam D G; media autem inter C D, D G eſt D F, cum angulus D F C in ſemicirculo ſit rectus, & F G perpendicularis ad D C: tempus itaque caſus per D C ad tempus caſus per D G, eſt ut linea F D ad D G. ſed jam demonſtratum eſt tempus deſcenſus per D F ad tempus caſus per D G eſſe, ut eadem linea D F ad D G. tempora igitur deſcenſus per D F, & caſus per D C ad idem tempus caſus per D G eamdem habent rationem; ergo ſunt æqualia. Similiter demonſtrabitur, ſi ab imo termino C elevetur chorda C E ducta E H horizonti parallela, & juncta E D, tempus deſcenſus per E C, æquari tempori caſus per diametrum D C.



COROLLARIVM I.

Hinc colligitur tempora deſcenſuum per chordas omnes ex terminis C ſeu D perductas eſſe inter ſe æqualia.

COROL-

5. IL COMPASSO GEOMETRICO ET MILITARE

5.1 *Testo e commento*

Galileo, nella sua introduzione al compasso, mette in evidenza una delle finalità dello strumento:

> «questo mio Compasso in pochissimi giorni insegna tutto quello, che dalla geometria e dall'aritmetica, per l'uso civile e militare, non senza lunghissimi studii per le vie ordinarie si riceve».

Il suo strumento è migliore di ogni altro simile

> Quello che io abbia con questa mia opera conseguito, nol dirò io, ma lo lascierò giudicare a quelli che da me sin qui l'hanno appresa o per l'avvenire l'apprenderanno, ed in particolare da chi avrà veduti gli Strumenti da gli altri in simili propositi ritrovati: ben che la più gran parte dell'invenzioni, e le maggiori, che nel mio Strumento si contengono, da altri sin qui non sono state né tentate né immaginate; tra le quali è molto principale questa, del poter qual si voglia persona risolvere in un istante le più difficili operazioni di aritmetica; delle quali però ne descrivo quelle sole che alle civili e militari occorrenze più frequentemente accaggiono.

Mette, tuttavia, in guardia sulla difficoltà di comprendere appieno le istruzioni sull'uso senza lo strumento:

> «Duolmi solamente, benigno lettore, che quantunque io mi sia ingegnato di spiegare le seguenti cose con ogni chiarezza e facilità possibile, tuttavia a chi le dovrà dalla scrittura cavare, resteranno in qualche oscurità involte, perdendo appresso molta di quella grazia, che nel vederle attualmente operare, e nell'apprenderle dalla viva voce, le rende meravigliose: ma questa è una di quelle materie, che non patiscono di essere con chiarezza e facilità descritte, né intese, se prima dalla viva voce non si ascoltano, e nell'atto stesso esercitar non si veggono».

Galileo non ha messo il disegno dello strumento, probabilmente per rendere difficile il plagio:

> «Aggiugnesi che il tacere io la fabrica dello Strumento, la quale per la lunga e laboriosa sua descrizione e per altri rispetti al presente pretermetto, renderà questo trattato del tutto inutile a chi senza lo Strumento ei pervenisse nelle mani. E per tal causa ne ho io fatte stampare appresso di me 60 copie sole, per presentarne insieme con lo Strumento, con la somma diligenza che si ricerca fabricato e diviso,

Galileo inizia con le operazioni che si possono fare con la *Linea Aritmetica*:

> Venendo alla dichiarazione particolare delle operazioni di questo nuovo Compasso Geometrico e Militare, primamente faremo principio da quella faccia di esso nella quale sono notate quattro coppie di linee con loro divisioni e numeri; e tra esse parleremo prima delle più interiori, denominate Linee Aritmetiche per esser le loro divisioni fatte in proporzione aritmetica, cioè con eguali eccessi, che procedono sino al numero 250, dalle quali trarremo diversi usi.
>
> I - DIVIDERE UNA LINEA RETTA PROPOSTACI IN QUANTE PARTI EGUALI NE PIACERÀ
>
> II - COME DI UNA LINEA PROPOSTA POSSIAMO PRENDERE QUALUNQUE PARTI CI VERRANNO ORDINATE.

III - COME LE MEDESIME LINEE CI PRESTANO DUE, ANZI INFINITE, SCALE PER TRASPORTAR UNA PIANTA IN UN'ALTRA MAGGIORE O MINORE, SECONDO IL NOSTRO ARBITRIO.

IV - REGOLA DEL TRE RISOLUTA COL MEZO DEL COMPASSO E DELLE MEDESIME LINEE ARITMETICHE.

V - REGOLA DEL TRE INVERSA, RISOLUTA COL MEZO DELLE MEDESIME LINEE.

VI - REGOLA PER TRASMUTAR LE MONETE

VII - REGOLA DE GL'INTERESSI SOPRA INTERESSI, CHE ALTRIMENTI SI DICE DE I MERITI A CAPO D'ANNO.

Passa poi ad esporre le operazioni che si possono fare con le *linee geometriche*:

Le linee che seguono appresso le Aritmetiche, di sopra dichiarate, sono dette Linee Geometriche, per esser divise secondo la geometrica proporzione procedente sino al 50; dalle quali trarremo diverse utilità:

VIII - COME COL MEZO DI ESSE POSSIAMO CRESCERE O DIMINUIRE IN QUALUNQUE DATA PROPORZIONE TUTTE LE FIGURE SUPERFICIALI.

IX - COME CON L'ISTESSE LINEE POSSIAMO TROVARE LA PROPORZIONE TRA DUE FIGURE SUPERFICIALI TRA DI LORO SIMILI.

X - COME SI POSSA COSTITUIRE UNA FIGURA SUPERFICIALE SIMILE ED EGUALE A MOLTE ALTRE SIMILI PROPOSTECI

XI - PROPOSTE DUE FIGURE SIMILI E DISEGUALI, TROVAR LA TERZA SIMILE ED EGUALE ALLA DIFFERENZA DELLE DUE PROPOSTE.

XII - ESTRAZIONE DELLA RADICE QUADRATA CON L'AIUTO DELLE MEDESIME LINEE.

XIII - REGOLA PER LE ORDINANZE DE GLI ESSERCITI DI FRONTE E FIANCO DISEGUALI.

XIV - INVENZIONE DELLA MEDIA PROPORZIONALE PER VIA DELLE MEDESIME LINEE.

La terza linea, viene chiamata *Linea Stereometrica*

Sono le presenti Linee Stereometriche così dette per esser la lor divisione secondo la proporzione de i corpi solidi, sino a 148; e da esse trarremo molti usi

XV - COME COL MEZO DI ESSE SI POSSIN CRESCERE O DIMINUIRETUTTI LI CORPI SOLIDI SIMILI SECONDO LA DATA PROPORZIONE.

XVI - PROPOSTI DUE SOLIDI SIMILI, TROVARE QUAL PROPORZIONE ABBINO FRA DI LORO.

XVII - PROPOSTI SOLIDI SIMILI QUANTI NE PIACERÀ, TROVARNE UN SOLO EGUALE A TUTTI QUELLI.

XVIII - ESTRAZIONE DELLA RADICE CUBA.

XIX - INVENZIONE DELLE DUE MEDIE PROPORZIONALI.

XX - COME OGNI SOLIDO PARALLELEPIPEDO SI POSSA COL MEZO DELLE LINEE STEREOMETRICHE RIDURRE IN CUBO.

Galileo passa a illustrare la linea che è vicino a quella stereometrica, che chiama *Linea Metallica* che introduce in questa maniera:

XXI - Sono le presenti linee segnate con alcune divisioni, alle quali sono aggiunti questi caratteri: *Or. Pi. Ar. Ra. Fe. St. Ma. Pie.*, che significano *Oro*, *Piombo*, *Argento*, *Rame*, *Ferro*, *Stagno*, *Marmo*, *Pietra.* Dalle quali si hanno le proporzioni e differenze di peso, che si trovano fra le materie in esse notate: in guisa che, costituito lo Strumento in qual si voglia apertura, gl'intervalli che cascano fra i punti l'uno all'altro corrispondenti, vengono ad esser diametri di palle, o lati d'altri corpi tra loro simili ed eguali di peso; cioè, che tanto sarà il peso di una palla d'oro il cui diametro sia eguale alla distanza *Or. Or.*, quanto d'una di piombo il cui diametro sia l'intervallo tra li punti *Pi. Pi.*, o una di marmo il cui diametro sia la distanza tra li punti *Ma. Ma.*

XXII - CON LE LINEE PREDETTE POTREMO RITROVAR LA PROPORZIONE CHE HANNO IN PESO TRA DI LORO TUTTI LI METALLI ED ALTRE MATERIE NELLE LINEE METALLICHE NOTATE.

XXIII - CONGIUGNENDO GLI USI DELLE LINEE METALLICHE E STEREOMETRICHE, DATI DUE LATI DI DUE SOLIDI SIMILI E DI DIVERSE MATERIE, TROVARE QUAL PROPORZIONE ABBINO FRA DI LORO DETTI SOLIDI IN PESO.

XXIV - COME QUESTE LINEE CI SERVONO PER CALIBRO DA BOMBARDIERI ACCOMODATO UNIVERSALMENTE A TUTTE LE PALLE DI QUAL SI VOGLIA MATERIA ED A TUTTI LI PESI.

XXV - COME, PROPOSTO UN CORPO DI QUAL SI VOGLIA MATERIA, POSSIAMO RITROVARE TUTTE LE MISURE PARTICOLARI DI UNO DI ALTRA MATERIA, E CHE PESI UN DATO PESO.

Avendo illustrato l'uso e le operazioni delle linee che sono in una faccia del compasso, Galileo dice di rivoltare lo strumento, dove si trovano altre linee. Tra queste, le più interne sono da lui dette *Linee Poligrafiche*.

XXVI - COME CON ESSE POSSIAMO DESCRIVERE I POLIGONI REGOLARI, CIOÈ LE FIGURE DI MOLTI LATI ED ANGOLI EGUALI.

XXVII - DIVISIONE DELLA CIRCONFERENZA DEL CERCHIO IN QUANTE PARTI CI PIACERÀ

Seguono, accanto alle linee poligrafiche le Linee Tetragoniche

XXVIII - COME COL MEZO D'ESSE SI QUADRI IL CERCHIO ED OGNI ALTRA FIGURA REGOLARE, E PIÙ COME SI TRASMUTINO TUTTE L'UNA NELL'ALTRA.

XXIX - COME PROPOSTE DIVERSE FIGURE REGOLARI, BEN CHE TRA DI LORO DISSIMILI, SE NE POSSA COSTITUIRE UNA SOLA EGUALE A TUTTE QUELLE.

XXX - COME SI POSSA COSTITUIRE QUAL SI VOGLIA FIGURA REGOLARE EGUALE AD OGN'ALTRA IRREGOLARE, MA RETTILINEA, FIGURA PROPOSTA.

XXXI - LEMMA PER LE COSE DETTE DI SOPRA. COME COSTITUIRE UN QUADRATO EGUALE AL DATO TRIANGOLO

Accanto alle tetragoniche si trovano le Linee *Aggiunte*

XXXII - DELLE LINEE AGGIUNTE PER LA QUADRATURA DELLE PARTI DEL CERCHIO E DELLE FIGURE CONTENUTE DA PARTI DI CIRCUNFERENZE O DA LINEE RETTE E CURVE INSIEME.
La descrizione del compasso termina con l'illustrazione di un accessorio importante, il *Quadrante*, che permette di eseguire operazioni molto utili. Trascrivo l'intera passo perché non sarà possibile utilizzarlo nella postazione e neppure eseguire le istruzioni per "misurar con la vista".

DELLE OPERAZIONI DEL QUADRANTE

Aggiugnendo allo Strumento il Quadrante, nella sua minore circonferenza abbiamo la Squadra da bombardieri, divise, secondo il solito, in punti 12. L'uso ordinario della quale è che si metta una sua costa nel vacuo del pezzo, avendo prima sospeso il filo col perpendicolo dal centro dello Strumento; il qual filo ci mostrerà, segando detta circonferenza, quanta elevazione abbia il pezzo, cioè se 1 punto, o 2, o 3.
E perché l'usar la Squadra in questa maniera non è senza pericolo, dovendo, con l'uscir fuori de i gabbioni o ripari, scoprirci alla vista dell'inimico, per ciò s'è pensato un altro modo di far l'istesso con sicurtà, cioè con l'applicare la Squadra presso al focone del pezzo. Ma perché l'anima di dentro non è parallela con la superficie di fuori, essendo il metallo più grosso verso la culatta, bisogna supplire a tal difetto con l'allungare quell'asta della Squadra che riguarda verso la gioia, aggiugnendovi la sua zanca mobile: il che si farà aggiustando prima una sol volta il pezzo a livello, e poi, posando verso il focone la Squadra, con la zanca allungheremo il piede anteriore, sin che il perpendicolo seghi il punto 6, e fermata la zanca con la sua vite, segneremo una lineetta sopra la costa dello Strumento, dove viene a terminar la cassella della detta zanca, acciò in ogni occasione la possiamo mettere a segno. E poi se vorremo dar un punto d'elevazione, bisognerà alzar il pezzo tanto che il filo seghi il numero 7; se vorremo 2 punti, doverà segar l'8, etc.

La divisione che segue appresso è il Quadrante astronomico: l'uso del quale, essendo stato trattato da altri, non sarà qui dichiarato altrimente.

L'altra circonferenza che segue appresso, e che si vede divisa da alcune linee trasversali, è per prender l'inclinazione della scarpa di tutte le muraglie, cominciando da quelle che avranno per ogni 10 d'altezza uno di pendenza, sino quelle che abbino uno di pendenza per ogn'un e mezo d'altezza.
Volendo servirci di tale Strumento, doviamo sospender il filo da quel piccolo foro che si vede al principio della Squadra da bombardieri; dipoi, accostandoci alla muraglia pendente, gli applicheremo sopra la costa opposta dello Strumento, avvertendo dove taglierà il filo: perché, segando, per essempio, il numero 5, diremo quella tal muraglia aver per ogni 5 braccia d'altezza 1 di pendenza; similmente, tagliando il numero 4, diremo aver 1 di pendenza per ogni 4 d'altezza.

5.2 *Realizzazione*

Ambedue le facce di ognuna delle due aste del compasso sono stampate in scala 1:10 su lamiera di alluminio applicata ad un supporto rigido. La struttura è sostenuta, dall'alto, da una colonna centrale alla quale è unita da un perno che permette di ruotare il compasso di 180° intorno ad un asse verticale, in maniera che mostri l'una o l'altra faccia verso l'operatore del compasso. Alla parte inferiore del perno è incernierato il compasso in maniera che tutte le linee omologhe delle due aste convergano al centro di rotazione della cerniera. Le due aste del compasso si aprono simmetricamente rispetto alla colonna centrale.

Davanti al compasso è situato a distanza fissa l'apparecchio con cui si prendono le distanze, costituito di una base, sostenuta da una colonna. Sulla base sono posti due laser, che percorrono una semicirconferenza graduata. La base puo cambiare inclinazione ruotando secondo una cerniera parallela alle facce del compasso in maniera da poter far scorrere i fasci di due laser lungo le linee disegnate sulle aste e prendere le distanze tra punti delle linee omologhe. La base ruota secondo un asse centrale in maniera da inviare i due fasci laser lungo una stessa linea, per prendere le distanze su di essa. Leggendo le scale disposte opportunamente e tenendo conto delle distanze tra misuratore e compasso, si possono inserire in un computer i dati necessari per le operazioni prescelte.

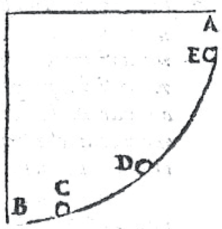
6. RICERCHE INTORNO ALL'ISOCRONISMO. LO SCATOLONE (1602)

6.1 *Testo*

GALILEO a GUIDOBALDO DEL MONTE Padova, 29 novembre 1602.

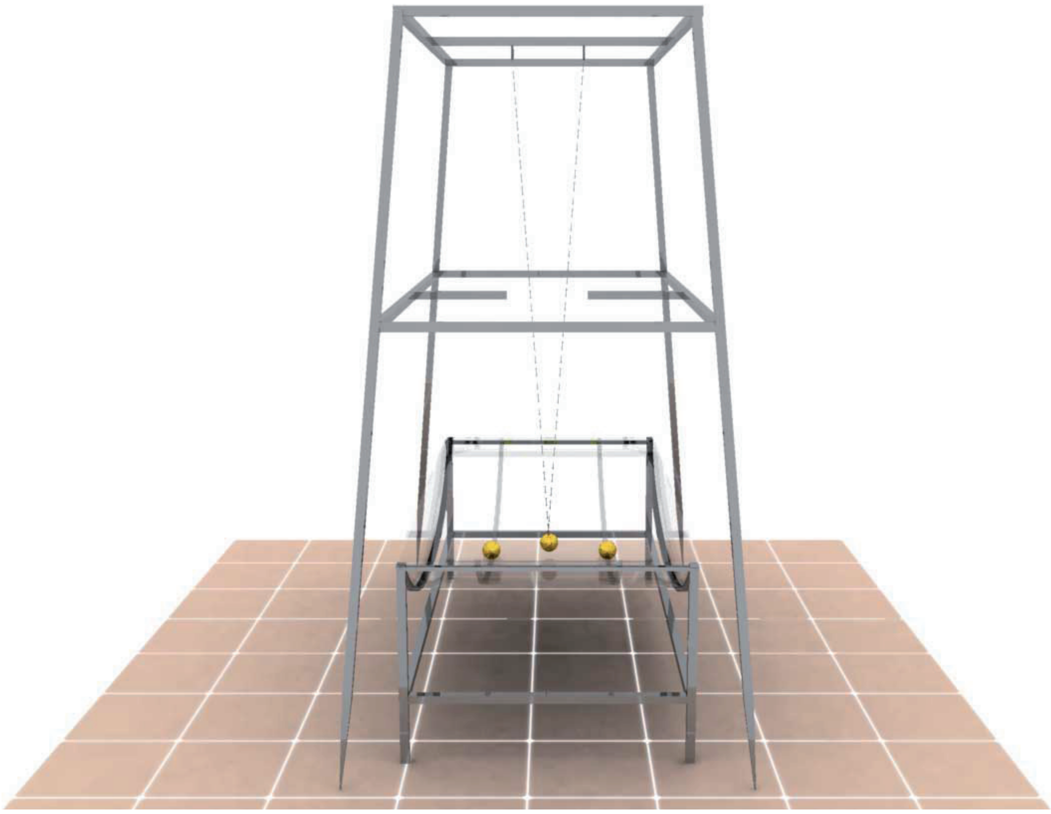
L'esperienza, ch'ella mi dice aver fatta nello scatolone, può essere assai incerta, sì per non esser forse la sua superficie ben pulita, sì forse per non esser perfettamente circolare, sì ancora per non si potere in un solo passaggio così bene osservare il momento stesso sul principio del moto: ma se V. S. Ill.ma pur vuol pigliare questa superficie incavata, lasci andar da gran distanza, come saria dal punto B, liberamente la palla B, la quale passerà in D, e farà nel principio le sue reciprocazioni grandi d'intervallo, e nel fine piccole, ma non però queste più frequenti di tempo di quelle.
[Tratto dalle Opere di G.G., vol. X, pp. 97-100]

diſſimi, dal che ne ſeguita la concluſione d'vn Problema belliſſimo, che è, che data vna quarta di cerchio (ne ſegnerò qui in terra vn poco di figura) qual ſarebbe queſta AB. eretta all' Orizonte, sì che insiſta sù'l piano toccando nel punto B. e fatto vn arco con vna tauola ben pulita, e liſcia dalla parte concaua, piegandola ſecondo la curuità della circonferenza ADB. si che vna palla ben rotonda, e terſa vi poſſa liberamente ſcorrer dentro (la caſſa di vn vaglio è accomodata a tale eſperienza) dico, che poſta la palla in qualsiuoglia luogo, ò vicino, ò lontano dall'infimo termine B. come ſarebbe mettendola nel punto C. ò vero quì in D. ò in E. e laſciata in libertà, in tempi eguali, ò inſenſibilmente differenti arriuerà al termine B. partendoſi dal C. ò dal D. ò dall' E. ò da qualſiuoglia altro luogo: accidente veramente marauiglioſo. Aggiugnete vn' altro accidente non men bello di queſto, che è, che anco per tutte le corde tirate dal punto B. a i punti CDE. & a qualunq; altro non ſolamente preſo nella quarta BA. ma in tutta la circonferenza del cerchio intero il mobile ſteſſo ſcenderà in tempi aſſolutamente eguali, talchè in tanto tempo ſcenderà per tutto'l diametro eretto a perpendicolo ſopra il punto B. in quanto ſcenderà per la BC. quando bene ella ſuttendeſse a vn ſol grado, ò a minore arco. Aggiugnete l'altra merauiglia, qual'è, che i moti de i cadenti fatti per gl'archi della quarta AB. ſi fanno in tempi più breui, che quelli, che ſi fanno per le corde de i medeſimi archi, talchè il moto velociſſimo, e fatto nel tempo breuiſſimo da vn mobile, per arriuare dal punto A. al termine B. ſarà quello, che ſi farà, non per la linea retta AB. (ancor che ſia la breuiſſima di tutte quelle, che tirar ſi poſſono tra i punti AB.) ma per la circonferenza ABD. e preſo anco qualſiuoglia punto nel medeſimo arco, qual ſia v.g. il punto D. e tirate due corde AD. DB. il mobile partendoſi dal punto A. in manco tempo giugnerà al B. venendo per le due corde AD. DB. che per la ſola AB. ma breuiſſimo, ſopra tutti i tempi ſara quello della caduta per l'arco ADB. e gli ſteſſi accidenti intendanſi di tutti gli altri archi minori preſi dall'infimo termine B. in sù.



[*Dialogo … sopra i due massimi sistemi del mondo tolemaico, e copernicano* (Firenze 1632)]

6.2 *Realizzazione*



In una lastra di plexiglass larga 1,00 m e lunga 2,00 m, con spessore 0,015 m, sono praticate simmetricamente - nel senso della lunghezza - due scanalature profonde 0,005 m, distanti 0,20 m dai lati. La lastra, così preparata, viene curvata nel senso della lunghezza, secondo un raggio di 2,00 m.

L'angolo sotteso dalla lastra è di gradi 57°,3. La massima profondità è di 0,20 m e la lunghezza della corda è di 1,74 m. La lastra curva viene chiusa nei due lati, che sono settori di cerchio, da una parete di plexiglass dello stesso spessore. Un cilindro vuoto di raggio 3,00 m e alto 1 m, appoggiato sul lato curvo e segato orizzontalmente ad un'altezza di 0,20 m realizza questo "scatolone".

Due sfere di diametro 0,0738 m vengono lasciate rotolare lungo le scanalature che servono come guida, partendo da differenti angoli. Il periodo delle loro oscillazioni viene registrato, contando i loro passaggi nel punto più basso del percorso, al di sopra del quale sono posti due sensori di distanza ad ultrasuoni (LCS 100), collegati ad un computer.

Dell'installazione è parte integrante un pendolo, costituito da una sfera uguale alle altre (diametro 0,0738 m), pendente da un'altezza di 2 m, in modo da oscillare rasente la sottostante superficie curva, seguendo una traiettoria esattamente al centro tra le due scanalature. Per garantire la stabilità del piano di oscillazione la sospensione è bifilare ed è attaccata ad un supporto, costituito da quattro tubi a sezione quadrata di alluminio, lunghi circa 2,5 m, che si innestano agli angoli di un telaio rettangolare 1,00 x 0,50 m. Al centro del telaio vi è una traversa che porta due anelli ai quali sono fissati i fili del pendolo. A metà altezza, due traverse parallele alle scanalature, sostengono i supporti dei sensori a ultrasuoni, lasciando uno spazio centrale libero, in modo che segnalino il passaggio delle sfere, senza intralciare le oscillazioni del pendolo.

Lo scatolone è sostenuto da un supporto in alluminio con fasce laterali curve di raggio 2 m, chiuse trasversalmente alle estremità. Ai quattro angoli scendono le gambe, collegate in basso tra loro, come un tavolino. Vi è un computer di servizio.

6.3 *Primo esperimento*

Consiste nel lasciar rotolare due sfere di diametro 0,072 m lungo le scanalature laterali, partendo da differenti angoli (per es. 15° e 7°). Il periodo delle loro oscillazioni viene misurato, registrando i loro passaggi nel punto più basso del percorso, in corrispondenza del quale sono posti i due sensori ad ultrasuoni di distanza collegati ad un computer.
Alla sfera che parte da 15° viene accoppiato il pendolo, che è lasciato partire contemporaneamente. Si osserva che il pendolo ha un periodo più corto, tipicamente $T_p = 2\pi\,[(R- r)/g)]^{1/2} = 2{,}8$ s.
Nelle oscillazioni delle due sfere è necessario tener conto del rallentamento della sfera che rotola, dovuto all'effetto "rotolamento sulla scanalatura".
Il periodo di oscillazione delle sfere lungo la scanalatura è approssimativamente dato dall'espressione:

$$T_s = 2\pi\,\{(R – r)\,[5/3 - (c/2r)^2]\,/g[1 - (c/2r)^2]\}^{1/2}$$

Con

$R = 2{,}00$ m
$r = 0{,}0369$ m
$c = 0{,}02$ m
$T_s = = 3{,}8$ s

La sfera che inizia da un angolo minore andrà più piano.

6.4 *Secondo esperimento*

Si inseriscono nel computer i dati (diametro e massa) delle sfere, che verranno usate. Si posizione la sfera A nella parte più bassa del percorso. Si lascia rotolare, da ferma, la sfera B dall'altezza h in maniera da avere una collisione elastica centrale. A differenza dell'esperimento analogo con i pendoli, la sfera B non si ferma ma continua ad andare avanti e la sfera A non sale fino all'altezza da cui proveniva la sfera B, perché B comunica solo la velocità di traslazione (conservazione della quantità di moto) ma continua a ruotare (conservazione dell'energia). Si misurano le distanze angolari percorse dopo l'urto, le quali, inserite nel computer, daranno le velocità delle sfere, successive alla collisione.

6.5 *Terzo esperimento*

Si ripete l'esperimento precedente con sfere di diametro e peso diversi, alternativamente lasciando scendere la sfera maggiore oppure quella minore.

6.6 *Quarto esperimento*

Si fanno oscillare due sfere una delle quali è piena di pallini di piombo. La sfera piena oscilla con una frequenza più alta. Infatti, il suo perido è T = 1,9 s, da confrontarsi con il periodo della sfera vuota, che abbiamo visto è T = 3,8, cioè esattamente il doppio.

7. PIANO INCLINATO CON CARRUCOLA PER LO STUDIO DELLA LEGGE SULLA DIPENDENZA DALL'ANGOLO E LA DIMOSTRAZIONE DEL PRINCIPIO DI INERZIA (PISA 1589 – PADOVA 1599)

7.1 *Testi e commento*

Nel *De Motu* Galileo per la prima volta nella storia del pensiero presenta la formula matematica che descrive la maniera in cui cambia la gravità, al variare dell'angolo che un piano forma con l'orizzonte. La prova è fondata sugli assiomi più saldi della meccanica: i principi della leva e della bilancia. Galileo ripete la sua dimostrazione quasi alla lettera nel trattato *Le Mecaniche*, di cui sono stati riportati i passi rilevanti[30].
Prima di lui vi sono state solo due persone che hanno trattato con risultati giusti, seppure in maniera discutibile dal punto di vista del rigore, il piano inclinato, che è lo strumento fondamentale per lo studio del moto.
Giordano di Nemi (*Nemorarius*) ha presentato in Occidente una formulazione della statica (forse derivata da testi perduti, greci o arabi) a cui egli aggiunge il concetto di "gravità di posizione" (*gravitas secundum situm*).
Gli assiomi da cui parte Giordano sono:

a) quello che è più grave, è più veloce nel discendere;
b) quanto più è retto il moto verso il centro del mondo, tanto più è grave[31];
c) la gravità, quando il movimento è vincolato, è inversamente proporzionale alla obliquità[32];
d) un percorso è più obliquo quando la sua proiezione verticale è minore[33].

Giordano, dunque, dà per scontato (è uno degli assiomi), che la velocità non dipende tanto dalla gravità, quanto dalla sua componente secondo la direzione del moto e quindi, la velocità di un corpo che si muove sul piano dipende dal seno dell'angolo d'inclinazione. Gli assiomi valgono localmente, ma è immediato vedere che valgono anche quando il vincolo è esteso.
La sua trattazione ha un valore dimostrativo molto forte perché partendo da assiomi che concernono il moto costruisce le leggi della statica. Giordano ottiene come conseguenza dei suoi principi le proprietà della bilancia, che Archimede ha invece messo come assiomi. Quindi deduce la statica di Archimede dagli assiomi che reggono il moto. Più che un'origine empirica, gli assiomi della statica medievale sembrano un esercizio logico applicato alla statica greca, che mette in relazione la meccanica di Aristotele con quella di Archimede, cioè parte da assiomi su gravità e moto, niente affatto evidenti, per dimostrare gli assiomi di Archimede assai più evidenti, con cui lo scienziato di Siracusa aveva costruito la statica indipendentemente dalla meccanica.

---

[30] G.G., vol II, pp. 179-186.

[31] E.A.MOODY, M.CLAGETT, cit.:"*quod gravius est, velocius discendere*" e "*gravius esse in discendendo, quanto eiusdem motus ad medium rectior*".

[32] E.A.MOODY, M.CLAGETT, The medieval sciente of weights; Madison 1952: "*secundum situm gravius esse, quando in eodem situ minus obliquus est descensus*".

[33] E.A.MOODY, M.CLAGETT, cit.: "*obliquiorem autem descensum, in eadem quantitate minus capere de directo*".

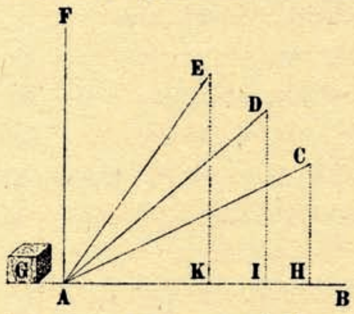
ed e in maniera fabricata, che, occupando pochissimo luogo, fa quelli effetti, che altri strumenti non fariano, se non fossero ridotti in gran machine. Essendo dunque la vite di bellissima ed utilissima invenzione, meritamente dovremo affaticarci in esplicare, quanto più chiaramente si potrà, la sua origine e natura: per il che fare, faremo principio da una speculazione, la quale, benchè di prima vista sia per apparire alquanto lontana dalla considerazione di tale strumento, nientedimeno è la sua base e fondamento.

Non è dubbio alcuno, tale essere la costituzione della natura circa i movimenti delle cose gravi, che qualunque corpo, che in sè ritenga gravità, ha propensione di moversi, essendo libero, verso il centro; e non solamente per la linea retta perpendicolare, ma ancora, quando altrimenti far non possa, per ogni altra linea, la quale, avendo qualche inclinazione verso il centro, vadi a poco a poco abbassandosi. E così veggiamo, essempligrazia, l'acqua non solamente cadere a basso a perpendicolo da qualche luogo eminente, ma ancora discorrer intorno alla superficie della terra sopra linee, benchè pochissimo, inchinate; come nel corso dei fiumi si scorge, dei quali, purchè il letto abbia qualche poco di pendenza, le acque vanno liberamente declinando al basso: il quale medesimo effetto, siccome si scorge in tutti i corpi fluidi, apparirebbe ancora nei corpi duri, purchè e la lor figura e li altri impedimenti accidentarii ed esterni non lo divietassero. Sì che, avendo noi una superficie molto ben tersa e polita, quale saria quella di uno specchio, ed una palla perfettamente rotonda e liscia, o di marmo, o di vetro, o di simile materia atta a pulirsi, questa, collocata sopra la detta superficie, anderà movendosi, purchè quella abbia un poco d'inclinazione, ancorchè minima, e solamente si fermerà sopra quella superficie, la quale sia esattissimamente livellata, ed equidistante al piano dell'orizonte; quale, per essempio, saria la superficie di un lago o stagno agghiacciato, sopra la quale il detto corpo sferico staria fermo, ma con disposizione di essere da ogni picciolissima forza mosso. Perchè avendo noi inteso come, se tale piano inclinasse solamente quanto è un capello, la detta palla vi si moverebbe spontaneamente verso la parte declive, e, per l'opposito, averebbe resistenza, nè si potria movere senza qualche vio-

5-6. *daremo principio ad una,* Z. n — 30. *sia la superficie,* Z; *è la superficie,* B, n — 33. *quanto un,* Z, o, n —

lenza, verso la parte acclive o ascendente; resta per necessità cosa chiara, che nella superficie esattamente equilibrata detta palla resti come indifferente e dubbia tra il moto e la quiete, sì che ogni minima forza sia bastante a muoverla, siccome, all' incontro, ogni pochissima resistenza, e quale è quella sola dell' aria che la circonda, potente a tenerla ferma.

Dal che possiamo prendere, come per assioma indubitato, questa conclusione: che i corpi gravi, rimossi tutti l' impedimenti esterni ed adventizii, possono esser mossi nel piano dell' orizonte da qualunque minima forza. Ma quando il medesimo grave dovrà essere spinto sopra un piano ascendente, già cominciando egli a contrastare a tale salita (avendo inclinazione al moto contrario), si ricercherà maggiore violenza, e maggiore ancora quanto più il detto piano averà di elevazione. Come, per essempio, essendo il mobile G costituito sopra la linea AB, paralella all' orizonte, starà, come si è detto, in essa indif-



ferente al moto o alla quiete, sì che da minima forza possa esser mosso: ma se averemo li piani elevati AC, AD, AE, sopra di essi non sarà spinto se non per violenza, la quale maggiore si ricercherà per muoverlo sopra la linea AD che sopra la linea AC, e maggiore ancora sopra la AE che sopra la AD; il che procede per aver lui maggior impeto di andare a basso per la linea EA che per la DA, e per la DA che per la CA. Sì che potremo parimente concludere, i corpi gravi aver maggiore resistenza ad esser mossi sopra piani elevati diversamente, secondo che l' uno sarà più o meno dell' altro elevato; e, finalmente, grandissima essere la renitenza del medesimo grave all' essere alzato nella perpendicolare AF. Ma quale sia la proporzione che deve avere la forza al peso per tirarlo sopra diversi piani elevati, sarà necessario che si dichiari esattamente, avanti che procediamo più oltre, acciò perfettissimamente possiamo intendere tutto quello che ne resta a dire.

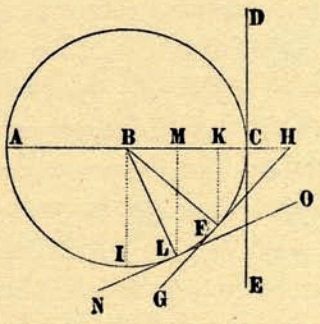
Fatte dunque cascare le perpendicolari dalli punti C, D, E sopra la linea orizontale AB, che siano CH, DI, EK, si dimostrerà, il medesimo peso esser sopra il piano elevato AC mosso da minor forza

15. *orizonte sarà come*, Z, n — 27-28. *dell' altro inchinato*, V — 28. *la resistenza*, b, B —

che nella perpendicolare AF (dove viene alzato da forza a sè stesso eguale), secondo la proporzione che la perpendicolare CH è minore della AC; e sopra il piano AD avere la forza al peso l'istessa proporzione, che la linea perpendicolare ID alla DA; e finalmente nel piano AE osservare la forza al peso la proporzione della KE alla EA.

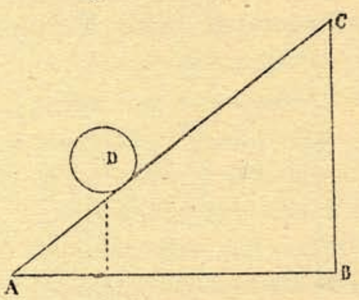
È la presente speculazione stata tentata ancora da Pappo Alessandrino nell' 8° libro delle sue Collezioni Matematiche; ma, per mio avviso, non ha toccato lo scopo, e si è abbagliato nell' assunto che lui fa, dove suppone, il peso dover esser mosso nel piano orizontale da una forza data: il che è falso, non si ricercando forza sensibile (rimossi l' impedimenti accidentarii, che dal teorico non si considerano) per muovere il dato peso nell' orizonte; sì che in vano si va poi cercando, con quale forza sia per esser mosso sopra il piano elevato. Meglio dunque sarà il cercare, data la forza che muove il peso in su a perpendicolo (la quale pareggia la gravità di quello), quale deva essere la forza che lo muova nel piano elevato: il che tenteremo noi di conseguire con aggressione diversa da quella di Pappo.

Intendasi dunque il cerchio AIC, ed in esso il diametro ABC, ed il centro B, e due pesi di eguali momenti nelle estremità A, C; sì che, essendo la linea AC un vette o libra mobile intorno al centro B, il peso C verrà sostenuto dal peso A. Ma se c'immagineremo il braccio della libra BC essere inchinato a basso secondo la linea BF, in guisa tale però che le due linee AB, BF restino salde insieme nel punto B, allora il momento del peso C non sarà più eguale al momento del peso A, per esser diminuita la distanza del punto F dalla linea della direzione che dal sostegno B, secondo la BI, va al centro della terra. Ma se tireremo dal punto F una perpendicolare alla BC, quale è la FK, il momento del peso in F sarà come se pendesse dalla linea KB; e quanto la distanza KB è diminuita dalla distanza BA, tanto il momento del peso F è scemato dal momento del peso A. E così parimente, inchinando più il peso, come saria secondo la linea BL,

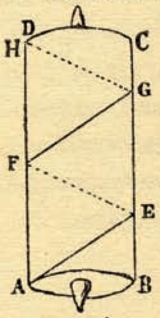


8. *non ha tocco*, V — 16. *deve*, Z, B — *muove*, b, m, r, n — 17. *di esseguire*, V — 19. Con le parole « di eguali » nel cod. *a* rimane in tronco la scrittura — 25. *insieme e continuate*, r, B, n — 34. *inclinando ancora più*, r, B, n —

che, stando fermo il triangolo CAB, il peso D sia mosso verso C, quanto saria se, non si rimovendo il medesimo peso della perpendicolare AE, il triangolo si spingesse avanti verso H; perchè, quando fosse nel sito FHG, il mobile si troveria aver montato l'altezza AI. Ora finalmente la forma ed essenza primaria della vite non è altro che un simil triangolo ACB, il quale spinto inanzi, sottentra al grave da alzarsi, e se lo leva (come si dice) in capo. E tale fu la sua prima origine: che considerando, qual si fosse il suo primo inventore, come il triangolo ABC, venendo inanzi, solleva il peso D, si poteva fabri-



care uno instrumento simile al detto triangolo, di qualche materia ben salda, il quale, spinto inanzi, elevasse il proposto peso: ma considerando poi meglio come una tal machina si poteva ridurre in forma assai più picciola e comoda, preso il medesimo triangolo, lo circondò ed avvolse intorno al cilindro ABCD; in maniera che l'altezza del detto triangolo, cioè la linea CB, faceva

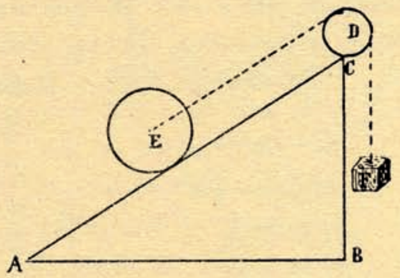


l'altezza del cilindro, ed il piano ascendente generava sopra il detto cilindro la linea elica disegnata per la linea AEFGH, che volgarmente addomandiamo il *verme* della vite: ed in questa varietà si genera l'instrumento da' Greci detto *coclea*, e da noi *vite*, il quale volgendosi a torno viene co 'l suo verme subintrando al peso, e con facilità lo solleva. Ed avendo noi già dimostrato, come, sopra il piano elevato, la forza al peso ha la medesima proporzione, che l'altezza perpendicolare del detto piano alla sua lunghezza, così intenderemo la forza nella vite ABCD multiplicarsi secondo la proporzione che la lunghezza di tutto il verme AEFGH eccede l'altezza CB; dal che venghiamo in cognizione, come formandosi la vite con le sue elici più spesse, riesce tanto più gagliarda, come quella che viene generata da un piano manco elevato, e la cui lunghezza risguarda con maggior proporzione la propria altezza perpendicolare. Ma non resteremo di avvertire, come volendo ritrovare la forza di una vite proposta, non farà di mestiero che misuriamo la lunghezza di tutto il suo verme, e l'altezza di tutto il suo cilindro; ma basterà che

1-2. *quanto che saria*, n; *che saria*, V — 22. *in questa maniera*, n —

andiamo essaminando, quante volte la distanza tra due soli e contigui termini entra in una sola rivolta del medesimo verme: come saria, per essempio, quante volte la distanza AF vien contenuta nella lunghezza della rivolta AEF, perciò che questa è la medesima proporzione che ha tutta l'altezza CB a tutto il verme.

Quando si sia compreso tutto quello che fin qui abbiamo dichiarato circa la natura di questo instrumento, non dubito punto che tutte l'altre circonstanze potranno senza fatica esser intese: come saria, per esempio, che in luogo di far montare il peso sopra la vite, se li accomoda la sua madrevite con la elice incavata; nella quale entrando il maschio, cioè il verme della vite, voltata poi intorno, solleva ed inalza la madre insieme co 'l peso che ad essa fosse appiccato. Finalmente non è da passare sotto silenzio quella considerazione, la quale da principio si disse esser necessaria d'avere in tutti gl'instrumenti mecanici: cioè, che quanto si guadagna di forza per mezo loro, altrettanto si scapita nel tempo e nella velocità. Il che per avventura non potria parere ad alcuno così vero e manifesto nella presente speculazione; anzi pare che qui si multiplichi la forza senza che il motore si muova per più lungo viaggio che il mobile. Essendo che se intenderemo, nel triangolo ABC la linea AB essere il piano dell'orizonte, AC piano elevato, la cui altezza sia misurata dalla perpendicolare CB, un mobile posto sopra il piano AC, e ad esso legata la corda EDF, e posta in F una forza o un peso, il quale alla gravità del peso E abbia la medesima proporzione che la linea BC alla CA; per quello che s'è



dimostrato, il peso F calerà al basso tirando sopra il piano elevato il mobile E, nè maggior spazio misurerà detto grave F nel calare al basso, di quello che si misuri il mobile E sopra la linea AC. Ma qui però si deve avvertire che, se bene il mobile E averà passata tutta la linea AC nel tempo medesimo che l'altro grave F si sarà per eguale intervallo abbassato, niente di meno il grave E non si sarà discostato dal centro comune delle cose gravi più di quello che sia la perpendicolare CB; ma però il grave F, discen-

4. *della volta*, B; *della voluta*, r, n — 31. *si misura*, b, m —

186 LE MECANICHE.

dendo a perpendicolo, si sarà abbassato per spazio eguale a tutta la linea AC. E perchè i corpi gravi non fanno resistenza a i moti transversali, se non in quanto in essi vengono a discostarsi dal centro della terra, però, non s' essendo il mobile E in tutto il moto AC alzato più che sia la linea CB, ma l' altro F abbassato a perpendicolo quanto è tutta la lunghezza AC, però potremo meritamente dire, il viaggio della forza F al viaggio della forza E mantenere quella istessa proporzione, che ha la linea AC alla CB, cioè il peso E al peso F. Molto adunque importa il considerare per quali linee si facciano i moti, e massime ne i gravi inanimati: dei quali i momenti hanno il loro total vigore e la intiera resistenza nella linea perpendicolare all' orizonte; e nell' altre, transversalmente elevate o inchinate, servono solamente quel più o meno vigore, impeto, o resistenza, secondo che più o meno le dette inchinazioni s' avvicinano alla perpendicolar elevazione.

Simon Stevin è l'altro personaggio che fornisce una prova eccellente di come varia la forza con l'angolo. La sua posizione è strettamente vicina ad Archimede. Nel suo trattato *De Beghinselen der Weeghconst* (l'arte del pesare), dopo aver introdotto la teoria del centro di gravità, dimostra la legge della leva (o della bilancia) e studia l'equilibrio dei corpi sotto l'azione di forze esclusivamente verticali. Per trattare la composizione di forze concorrenti ed oblique deve, però, arrivare alla legge del piano inclinato, che prova in maniera brillante, servendosi di un principio intuitivo: l'impossibilità del moto perpetuo. Una catena di sfere, chiusa su se stessa, uniforme ed omogenea (è essenziale) è appoggiata sui lati di un prisma. La catena non scorre rimanendo perpetuamente in moto, perché la massa appoggiata su ogni lato è proporzionale alla lunghezza del lato del prisma e si equilibra. Di qui segue che la gravità è inversamente proporzionale alla lunghezza del lato, a parità d'altezza. La prova è sinteticamente mostrata nella figura, che Stevin scelse a proprio emblema con il motto *wonder en is gheen wonder*[34] (la meraviglia non è meraviglia) e che pose nel frontespizio del suo libro.

[34] ERNS MACH, *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement,* Paris 1925, p. 38.

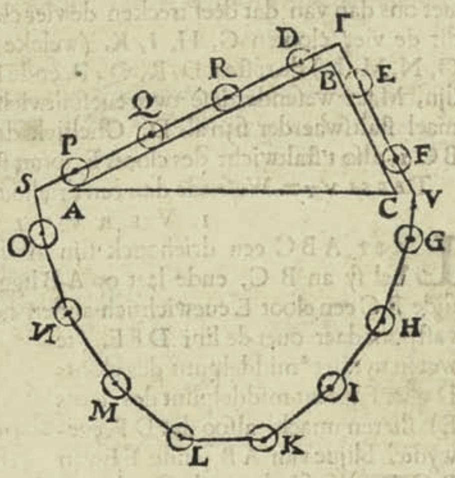
DE
BEGHINSELEN
DER WEEGHCONST
BESCHREVEN DVER
SIMON STEVIN
van Brugghe.

WONDER EN IS GHEEN WONDER

TOT LEYDEN,
Inde Druckerye van Christoffel Plantijn,
By Françoys van Raphelinghen,
cIↃ. IↃ. LXXXVI.

Ghelijck des driehoucx rechter ſijde tot de ſlincker, alſo t'ſtaltwicht des cloots opde ſlincker ſijde, tottet ſtaltwicht des cloots op de rechter ſijde.

TGHEGHEVEN. Laet ABC een driehouck weſen diens plat ſy rechthouckich op den ſichteinder, ende den grondt AC euewydich vanden ſichteinder, ende op de ſijde AB, die dobbel ſy an BC, ligghe een cloot D, ende op de ſijde BC een cloot E, euewichtich ende euegroot met den cloot D. T'BEGHEERDE. Wy moeten bewyſen dat ghelijck de ſijde AB 2, tot BC 1, alſoo t'ſtaltwicht des cloots E, tottet ſtaltwicht des cloots D.



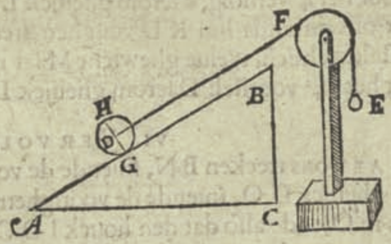
T'BEREYTSEL. Laet ons maecken rondtom den driehouck ABC eenen crans van veerthien clooten, euegroot, euewichtich, ende euewijt van malcanderen, als E, F, G, H, I, K, L, M, N, O, P, Q, R, D, al gheſnoert an een lini, ſtreckende door haer * middelpunten, alſo dat ſy op die middelpunten drayen mueghen; Datter oock twee clooten paſſen op de ſijde BC, ende vier op BA, dat is ghelijck lini tot lini, alſo clooten tot clooten; laet oock an S, T, V, drie vaſtpunten ſtaen, ouer welcke de lini ofte t'ſnoer der clooten ſlieren mach, alſo dat de twee deelen des ſnoers die bouen den driehouck ſtaen,* euewydich ſijn vande ſijden AB, BC; Inder voughen dat alſmen den crans an d'een ofte d'ander ſijde neertreċt, ſoo rollen de clooten op de linien AB, BC. T'BEWYS. Soo t'ſtaltwicht der vier clooten D, R, Q, P, niet euen en waer met het ſtaltwicht der twee clooten E, F, t'een of t'ander ſal ſwaerder ſijn, latet weſen (ſoot mueghelick waer) der vier D, R, Q, P; Maer de vier clooten O, N, M, L, ſijn euewichtich met de vier clooten G, H, I, K, de ſijde dan der acht clooten D, R, Q, P, O, N, M, L, is ſwaerder na de gheſtalt dan de ſijde der ſes clooten E, F, G, H, I, K: maer want het ſwaerſte altijdt het lichtſte ouerweeght, de acht clooten ſullen neerwaert rollen, ende d'ander ſes rijſen: Latet ſoo weſen, ende D

Centra.

Parallela.

F ſy ghe-

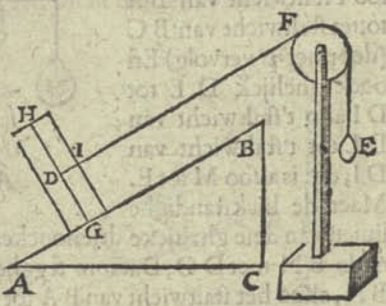
III. VERVOLGH.



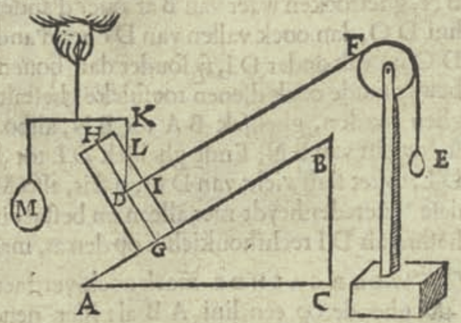
LAET ons nu inde plaets van t'punt F, ſtellen een caterol als hier neuen, alſo dat de ſcheefheflini van D naer F euewydich blijue van A B, ende inde plaets vanden cloot E ſy eenich wicht van form ſoot valt, maer euewichtich anden cloot E: t'ſelue is noch eueſtaltwichtich met D, Daerom ghelijck A B tot B C, alſoo noch den cloot D tottet ghewicht E.

IIII VERVOLGH.

ANGHESIEN den cloot des 3en veruolgs naect de lini A B, in t'punt G, als vaſtpunt, ſoo ſal den as G H rechthouckich ſijn op 18.v.3.B E.
A B; Daerom laet ons weren den cloot, ende ſtellen in die plaets den pilaer D euewichtich met den cloot, alſoo dat den as G H (diés vaſtpunt G) rechthouckich ſy op AB, eñ de ſcheefheflini tuſſchen D F noch euewydich van A B, ende ſniende de ſijde des pilaers in I, Als hier neuens. Ende is openbaer dat ghelijck A B tot B C, (dat is dobbel als vooren) alſo den pilaer D tottet t'ghewicht E.



V. VERVOLGH.



LAET ons trecken de hanghende lini uyt het * middelpunt des pilaers D als D K, ſnien- Centro.
de de ſijde des pilaers in L, t'welck ſoo ſijnde, den driehouck L D I is ghelijck an den driehouck A B C, want de houcken A C B ende L I D ſijn recht, ende L D is euewydich van B C ende D I van A B: Daerom ghelijck A B tot B C, alſoo

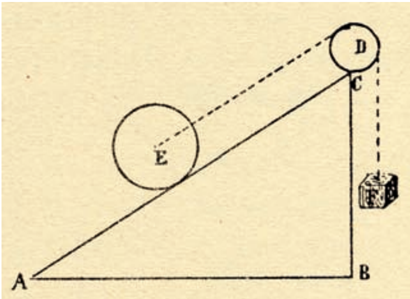
F 2 LD tot

Il noto studioso di Stevin, E. J. Dijksterhuis[35], nel ricordare l'estrema originalità e ingegnosità della prova, che non richiede alcuna conoscenza previa e fa appello solo all'intuizione, sottolinea la sua debolezza teorica, perché Stevin concepisce le dimostrazioni in un ambito in cui non vi sono attriti o altre resistenze e quindi il moto perpetuo è teoricamente possibile: per esempio il moto di un pendolo. Non sarebbe assurdo, quindi, pensare ad un moto perpetuo della catena di sfere a cui sia stata data una velocità iniziale.

Ernst Mach[36], prima di Dijksterhuis, ha esaminato a lungo la prova di Stevin sottolineando che è basata su una conoscenza istintiva, la cui forza logica si fonda sul fatto che è una conoscenza condivisa da tutti, non avendo nessuno potuto vedere il moto perpetuo.

Quanto a Galileo, Mach valorizza l'aspetto dinamico della sua teoria.

Su un piano inclinato la cui lunghezza AC è uguale al doppio della sua altezza BC riposa un peso E; questo peso è mantenuto in equilibrio da un altro peso F = (1/2)E, che agisce lungo l'altezza BC. Se si mette l'apparecchio in movimento, il peso F = (1/2)E scende di una altezza h, mentre E percorre lo stesso cammino h lungo il piano. Galileo conclude da questa esperienza che l'equilibrio non è determinato solamente dai pesi, ma anche dal loro possibile avvicinarsi e allontanarsi dal centro della terra.



Nel presente caso, quando F = (1/2)E scende di *h* il peso E sale di *h* lungo il piano inclinato, ma la sua salita verticale non è che (1/2) *h*, e si trova che i prodotti (1/2)E.*h* ed E.(1/2)*h* sono uguali tra loro. Non si saprebbe abbastanza come far risaltare come l'osservazione di Galileo sparge chiarezza sull'argomento. È così naturale e così spontanea, che tutti l'accettano volentieri. Niente sembra più semplice che non vedere prodursi alcun movimento in un sistema di corpi pesanti quando in definitiva nessuna massa pesante può scendere. Istintivamente, questa proposizione ci sembra accettabile. Questa concezione del problema del piano inclinato sembra molto meno ingegnosa di quella di Stevin, ma in realtà è più naturale e più profonda. Galileo fa prova qui di grande carattere scientifico, perché ha il coraggio intellettuale di vedere più cose dei suoi predecessori in un fenomeno studiato da molto tempo e di aver fiducia nelle proprie osservazioni. Aggiungiamo inoltre che, con la sincerità che gli è propria, espone al lettore, insieme alla sua nuova concezione, la successione delle idee che ve lo hanno condotto.

La prova di Galileo rimane quindi un fatto importante per gli sviluppi del suo pensiero e per la storia della scienza: gli esperimenti che confermano la legge sono, quindi, di estrema importanza e l'installazione, con cui possono essere ripetuti, permette di cogliere, pur nella grande semplicità dei fatti, la profondità del loro senso fisico.

---

35 E.J, DIJKSTERHUIS, *Simon Stevin. Science in the Netherlands around 1600*, The Hague 1970, pp. 52-55.

36 ERNS MACH, *La mécanique. Exposé historique et critique de son développement,* Paris 1925, pp.30-54-55 e 60.

7.2 *Realizzazione*

Il piano inclinato è costituito di due parti in legno, il pilastro di supporto e la tavola, oltre agli accessori che completano lo strumento. Ne diamo la descrizione analitica:

A-1) Il pilastro o gamba è un blocco di legno a sezione quadrata, di lato 14 cm, alto 100 cm, che termina in basso con una base a croce latina (90 x 70 cm).

A-2) Una struttura in ferro riveste e avvolge la base superiore della gamba, e sporge all'esterno con due "orecchie" forate, che risultano in corrispondenza dei fori di due bandelle fissate alla tavola, quando la tavola è appoggiata opportunamente alla gamba (*vedere oltre*). Un perno di ferro passa nei fori delle bandelle e della "orecchie, a mo' di cerniera, collegando la tavola alla gamba. All'estremità posteriore del perno che è filettata, è avvitato un dado a cui è inserita una lunga manopola, cosicché la cerniera può essere stretta come da una morsa, All'estremita anteriore un perno è avvitato, in modo da fermare il goniometro (*vedere oltre*).

A.3) Un cerchio goniometrico di plexiglass di 30 cm di diametro, con divisioni di mezzo in mezzo grado, è applicato ad un sottostante cerchio di ottone ed è fissato centralmente alla gamba esattamente con asse nel perno della cerniera, in modo da permettere la misura dell'inclinazione della tavola.

A-4) La tavola, lunga 200 cm, di sezione 15 x 8 cm, ha esattamente al centro due bandelle di ferro a forma di T, fissate ai lati e che sporgono sufficientemente oltre la tavola, dove sono forate, in modo da costituire parte di una cerniera, con cui il piano ruota. Le bandelle sono lunghe 32 cm e sporgono verso il goniometro con unghie rientranti appuntite per segnare l'angolo d'inclinazione;

A-5) Al centro della tavola, per tutta la sua lunghezza, è incollata una striscia di acciaio inossidabile larga 2 cm, per ridurre al minimo l'attrito. Ai lati della tavola sono applicate due lamine di plexiglass sporgenti 10 cm per impedire che la sfera cada fuori (*vedere oltre*). L'estremità che rimane più in basso termina con una struttura di legno, simile ad una cassetta, priva di un lato e apribile superiormente, in cui rimarrà bloccata la sfera nel caso che, divenuta per qualche motivo libera, rotoli in basso.

A-6) All'estremo destro della tavola (guardando il lato con il goniometro) una forcella sostiene una ruota scanalata, che sporge 3.6 cm dal livello superiore della tavola. La ruota leggerissima ha raggi che collegano la periferia al centro, dove si innesta l'asse. La ruota può essere bloccata da una farfalla che stringe l'asse della ruota nella forcella.

A-7) La periferia della ruota ha una corona di fori, e una coppia di sensori fa scattare un martelletto contro un campanello al passaggio di ogni foro. Quando la ruota ha velocità costante, si sentirà uno scampanellio uniforme. Quando la ruota accelera, il suono si farà sempre più frequente e ciò basta a segnalare la non uniformità del moto.

8-) Una sfera di diametro 7,2 cm è collegata ad un filo, lungo 2 m, che passa nella scanalatura della ruota e sostiene un cestello assai leggero, che serve per appoggiare i pesi, nella quantità giusta per mantenere ferma la sfera.

7.3 *Primo esperimento*

Il piano inizialmente è orizzontale e ha la ruota bloccata. Si inclina ad un angolo piuttosto grande, ma scelto in modo che sia disponibile una combinazione di pesi per tenere ferma la sfera. Si blocca il piano e si libera la ruota. La sfera è in equilibrio. Si moltiplica il peso della sfera per il seno dell'angolo: il risultato deve essere uguale alla somma del peso del piatto e dei pesi aggiunti. Si aumenti o si diminuisca leggermente l'inclinazione del piano: la sfera non rimarrà più in equilibrio. Si può valutare la precisione della misura, osservando per quale spostamento angolare la sfera rimane ancora in equilibrio. Si ripete l'esperimento con un'inclinazione più angolata, tale però che sia permessa da una combinazione di pesi disponibili. Con questa nuova angolazione si può anche eseguire il secondo esperimento.

7.4 *Secondo esperimento.*

Si attiva il sensore collegato al campanello. Con il piano in posizione inclinata e la sfera in equilibrio nel punto più basso del piano, si imprime una leggera spinta verso il basso al piatto dei pesi, in modo da mettere in moto peso e contrappeso. Si osserverà un moto uniforme in salita della sfera, che costituisce una prova diretta del principio di inerzia. Infatti si potrà udire il suono ripetuto a intervalli uguali del campanello. Si riparte nuovamente dalla posizione iniziale e si aggiunge un peso al piatto. Il moto diverrà uniformemente accelerato, come dimostra il continuo aumento della frequanza dei colpi del campanello. Le stesse operazioni possono essere ripetute, partendo da una posizione della sfera vicino alla ruota e spingendo verso l'alto il piatto dei pesi. In questo caso, per osservare il moto accelerato si deve togliere un piccolo peso.

8. IL PIANO INCLINATO.
LA LEGGE DEL MOTO (1592 - 1604)

8.1 *Introduzione e testi*

Dopo aver compreso come dipende dall'angolo il moto su un piano ad inclinazione variabile, scoperta effettuata prima ancora di andare a Padova, Galileo inzia esperimenti di misura. Esiste una data sicura, l'anno 1604, quando ad un quesito di fra Paolo Sarpi, Galileo risponde con una lettera in cui finalmente rende pubblica la legge del moto, da lui trovata in quegli anni.
Leggiamo le due lettere e poi vedremo anche un appunto di Galileo, in cui il suo pensiero risulta molto più definito.

104.

PAOLO SARPI a GALILEO in Padova.
Venezia, 9 ottobre 1604.

Bibl. Naz. Fir. Mss. Gal., P. VI, T. VII, car. 103. – Autografa.

Ecc.^{mo} Sig.^{re} P.rone mio Oss.^{mo}

Con occasione d'inviarli l'allegata, m'è venuto pensiero di proporli un argomento da risolvere, et un problema che mi tiene ambiguo.
Già habbiamo concluso, che nessun grave può essere tirrato all'istesso termine in su se non con una forza, et per consequente con una velocità. Siamo passati (così V. S. ultimamente affermò et inventò ella) che per li stessi termini tornerà in giù, per quali andò in su. Fu non so che obietione della palla dell'archibuggio: il fuoco qui intorbida la forza dell'istanza. Ma diciamo: un buon bracio, che tira una frecia con un arco turchesco, passa via totalmente una tavola; et se la freccia discenderà da quella altezza dove il braccio con l'arco la può trarre, farrà pochissima passata. Credo che l'instanza sii forse leggiera, ma non so che ci dire.
Il problema: se saranno doi mobili di disugual specie, et una virtù minore di quello che sii capace, riceverà qual si voglia di loro; se comunicandosi la virtù a ambi dua, ne riceveranno ugualmente: come se l'oro fosse atto di ricevere dalla somma virtù 20 et non più, et l'argento 19 et non più, se sarrano mossi da virtù 12, se ambi dua riceveranno 12. Par di sì; perchè la virtù si comunica tutta, il mobile è capace, adonque l'effetto l'istesso. Par di no; perchè, adonque doi mobili di specie diversa, da ugual forza spenti, anderanno all'istesso termine con l'istessa velocità. Se un dicesse: La forza 12 muoverà l'argento et l'oro all'istesso termine non con la stessa velocità; perchè no? se ambi dua sono capaci anco di maggiore che quella qual 12 li può comunicare?
Non obligo V. S. a risposta: solo per non mandar questa carta bianca, la quale haveva già appetito peripatetico d'essere impita di questi carateri, l'ho voluta contentare, come l'agente fa alla materia prima. Adonque qui farò fine: et li bascio la mano.

Di Vinetia, il 9 Ottobre 1604.

Di V. S. Ecc.^{ma}

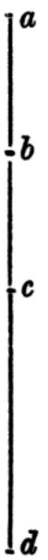
Aff.^{mo} Ser.^{re}
F. Paulo di Vinetia.

Fuori: All'Ecc.^{mo} Sig.^{re} mio P.rone Osservan.^{o}
Il S.^{re} Galileo Galilei, Matematico.
Padova,
alli Vignali del Santo.

GALILEO a PAOLO SARPI in Venezia.
Padova, 16 ottobre 1604.

Bibl. Universitaria di Pisa, in deposito alla Domus Galileiana di Pisa. Autografa.

Molto Rev.^{do} Sig.^{re} et Pad.^{ne} Col.^{mo}



Ripensando circa le cose del moto, nelle quali, per dimostrare li accidenti da me osservati, mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma, mi son ridotto ad una proposizione la quale ha molto del naturale et dell'evidente; et questa supposta, dimostro poi il resto, cioè gli spazzii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi, et per conseguenza gli spazii passati in tempi eguali esser come i numeri impari *ab unitate*, et le altre cose. Et il principio è questo: che il mobile naturale vadia crescendo di velocità con quella proportione che si discosta dal principio del suo moto; come, v. g., cadendo il grave dal termine *a* per la linea *abcd*, suppongo che il grado di velocità che ha in *c* al grado di velocità che hebbe in *b* esser come la distanza *ca* alla distanza *ba*, et così conseguentemente in *d* haver grado di velocità maggiore che in *c* secondo che la distanza *da* è maggiore della *ca*[37].

Haverò caro che V. S. molto R.^{da} lo consideri un poco, et me ne dica il suo parere. Et se accettiamo questo principio, non pur dimostriamo, come ho detto, le altre conclusioni, ma credo che haviamo anco assai in mano per mostrare che il cadente naturale et il proietto violento passino per le medesime proporzioni di velocità. Imperò che se il proietto vien gettato dal termine *d* al termine *a*, è manifesto che nel punto *d* ha grado di impeto potente a spingerlo sino al termine *a*, et non più; et quando il medesimo proietto è in *c*, è chiaro che è congiunto con grado di impeto potente a spingerlo sino al medesimo termine *a*; et parimente il grado d'impeto in *b* basta per spingerlo in *a*: onde è manifesto, l'impeto nei punti *d*, *c*, *b* andar decrescendo secondo le proporzioni delle linee *da*, *ca*, *ba*; onde, se secondo le medesime va nella caduta naturale aqquistando gradi di velocità, è vero quanto ho detto et creduto sin qui.

Quanto all'esperienza della freccia[38], credo che nel cadere aqquisterà pari forza a quella con che fu spinta, come con altri esempi parleremo a bocca, bisognandomi esser costà avanti Ognisanti. Intanto la prego a pensare un poco sopra il predetto principio.

Quanto all'altro problema proposto da lei, credo che i medesimi mobili riceveranno ambedue la medesima virtù, la quale però non opererà in ambedue il medesimo effetto: come, v. g., il medesimo huomo, vogando, communica la sua virtù ad una gondola et ad una peotta, sendo l'una et l'altra capace anco di maggiore; ma non segue nell'una et nell'altra il medesimo effetto circa la velocità o distanza d'intervallo per lo quale si muovino.

Scrivo al scuro: questo poco basti più per satisfare al debito della risposta che al debito della soluzione, rimettendomi a parlarne a bocca in breve. Et con ogni reverenza li bacio le mani.

Di Padova, li 16 di Ottobre 1604.
Di V. S. molto R.^{da}

Ser.^{re} Oblig.^{mo}
Galileo Galilei.

Fuori: Al molto R.^{do} Sig.^{re} et Pad.^{ne} Col.^{mo}
Il Padre M.^{ro} Paolo da Venezia.
Venezia,
ne' Servi.

---

[37] Cfr. Vol. VIII, pag. 372-374 [Edizione Nazionale].

[38] Cfr. n.° 104.

Questa lettera è un esempio della straordinaria prosa galileiana: «Gli spazii passati dal moto naturale esser in proporzione doppia dei tempi». Non una parola di troppo, proprio come leggeremmo, a voce alta, l'espressione matematica $s \approx t^2$; proprio come s'impara al liceo, che un corpo cade liberamente, per effetto della sola gravità, percorrendo spazi proporzionali al quadrato dei tempi.
Su quali basi si può affermare che è la prima legge della storia della fisica e che questa scoperta fa di Galileo il padre della fisica sperimentale.
Tra le sue carte più antiche, in una nota non datata ma probabilmente contemporanea con questa lettera[39], giacché Galileo si serve quasi delle stesse espressioni, si trova scritto:

> Le distanze dunque dal principio del moto sono come i quadrati de i tempi et, dividendo gli spazii passati in tempi eguali sono come i numeri impari *ab unitate*: che risponde a quello che ho sempre detto et con esperienze osservato: e così tutti i veri si rispondono.

La legge, dunque, ha una origine sperimentale: «quello che ho sempre detto e con esperienze osservato». Quel *sempre* rivela che Galileo stava conducendo da tempo esperimenti sul moto naturale.
La lettera e la nota, insieme, ci dicono qualcosa di più: Galileo nei suoi esperimenti si doveva servire di uno strumento molto preciso per misurare il tempo trascorso. Si tratta certamente del pendolo. Era ancora studente a Pisa quando ne aveva scoperto la proprietà fondamentale: l'isocronismo delle oscillazioni. Ragionando con le parole di oggi, possiamo pensare al pendolo come ad un orologio digitale: 1, 2, 3…
Con il pendolo si ha a disposizione un misuratore di successive durate sempre uguali. Ma sappiamo dell'altro: la dipendenza quadratica dal tempo Galileo la ottiene osservando che i successivi spazi percorsi differiscono tra loro come la serie dei numeri dispari a partire da uno, perché $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$.
In che modo poteva Galileo misurare con precisione gli spazi percorsi durante un numero sufficiente di successive oscillazioni del pendolo? Possiamo immaginare il pendolo lungo circa mezzo braccio, le cui oscillazioni potevano durare circa un secondo. È difficile servirsi con precisione di un pendolo più corto. Galileo, forse fin dal tempo in cui faceva esperimenti a Pisa, sapeva di come era difficile misurare lo spazio percorso, lasciando cadere una sfera dall'alto: neanche salendo sul più alto campanile di Padova sarebbe arrivato al terzo secondo.
Troppo poco per essere sicuro di aver trovato la legge tanto cercata!
Senza dubbio dunque, Galileo faceva i suoi esperimenti sul piano inclinato. Già dal tempo in cui era professore a Pisa aveva scoperto che sul piano inclinato l'effetto della gravità diminuisce in proporzione al rapporto tra altezza verticale e lunghezza del piano inclinato, rapporto uguale al seno dell'angolo.
Aveva certamente visto che la dipendenza quadratica dal tempo si manteneva con il variare dell'angolo, quindi aveva dedotto che la legge valeva anche nella caduta libera in verticale.
È con osservazioni di questo tipo che Galileo acquista la certezza di aver trovato la legge seguita dalla natura. È una legge sperimentale, e qui compie un ulteriore progresso di metodo.
A Galileo non basta descrivere il moto; vuole collegarlo ad altri esperimenti e trovare un principio comune a tutti, arrivare alla teoria: «mi mancava principio totalmente indubitabile da poter porlo per assioma» Questo principio lo enuncia così nella nota che abbiamo citato

> Io suppongo (e forse potrò dimostrarlo) che il grave cadente naturalmente vada continuamente accrescendo la sua velocità secondo che accresce la distanza dal termine onde si partì…

Poi aggiunge prima di affrontare la dimostrazione (errata come lo è il principio):

[39] MS Gal 72, carte 128r e 128 v , riprodotto più oltre.

Questo principio mi par molto naturale, e che risponda a tutte le esperienze che veggiamo negli strumenti e machine che operano percotendo, dove il percuziente fa tanto maggior effetto, quanto da più grande altezza casca: e supposto questo principio, dimostrerò il resto.

Si tratta della "forza della percossa" come la chiamerà in seguito, un problema denso di possibili scoperte, su cui tornerà alla fine della sua vita, in un capitolo che non fece a tempo a pubblicare nei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze*.
Il principio che la velocità aumenta in proporzione allo spazio era errato, se n'accorse e si corresse nei *Discorsi*. Ma non volle nascondere il suo errore, anzi volle richiamare l'attenzione su di esso.
Nei *Discorsi* mise in bocca a Sagredo l'ipotesi che la velocità cresce con lo spazio percorso (e non con il tempo!) per fare poi rispondere così da Salviati:

Io mi consolo assai d'aver auto un tanto compagno nell'errore: e più vi dirò che il vostro discorso ha tanto del verisimile e del probabile che il nostro medesimo Autore [=*Galileo*] non mi negò, quando io glielo proposi, d'esser egli ancora stato per qualche tempo nella medesima fallacia. Ma quello di che io poi sommamente mi meravigliai, fu il vedere scoprir con quattro semplicissime parole, non pur false, ma impossibili due proposizioni che hanno del verosimile tanto, che avendole io proposte a molti, non ho trovato chi liberamente non me l'ammettesse.

Con quanto garbo Galileo riesce a segnalare al lettore la novità e l'originalità della sua scoperta e che il verosimile e il naturale non sono sempre gli strumenti più sicuri per raggiungere il vero, come invece lo sono le *sensate esperienze*!
Si è visto che, nella lettera a Paolo Sarpi, Galileo annuncia la sua legge di caduta in una maniera che rivela in modo inequivocabile la sua origine sperimentale.
Gli esperimenti sono fatti sul piano inclinato, onde rallentare al massimo il moto, diminuendo la forza agente. Anche così, non è agevole fare le misure, perché dopo la 3ª o la 4ª oscillazione, la velocità è grande anche su un piano inclinato di pochi gradi.
La maniera più esatta, disponibile ai suoi tempi, di far coincidere le successive distanze con le oscillazioni del pendolo è quella di utilizzare la coincidenza di suoni, uno provocato dall'arrivo della sfera contro un ostacolo frammesso sul piano e l'altro dell'urto del pendolo contro un altro ostacolo frapposto dopo un numero intero di oscillazioni.

Leggiamo quanto scrive sulla sua attrezzatura sperimentale Galileo nei *Discorsi sopra due Nuove Scienze* …

In un regolo, o vogliàn dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo bracio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita; costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizontale una delle sue estremità un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza né anco della decima parte d'una battuta di polso. Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell'altro: e facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, o con quello delli duo terzi o de i 3/4, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontrava, gli spazii passati esser tra di loro come i quadrati e i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che più a basso troveremo essergli assegnata e dimostrata dall'Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiero per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano d'un notabil momento.

Galileo ritorna sull'argomento per rispondere a un quesito che gli aveva posto Giovan Battista Baliani. La domanda[40] gli era stata posta una prima volta in occasione della lettura che lo studioso genovese aveva fatto del *Dialogo sopra i due massimi sistemi del Mondo*:

[…] Io riceverei a gran favore che V. S. mi desse conto del modo con che ha ritrovato che il grave scende per cento braccia in cinque secondi. Altre volte io tentai l'impresa per mezzo di una palla attaccata ad una funicella tanto longa, che le sue vibrationi durassero un secondo per aponto, nè mi è sin hora riuscito ritrovar qual sia la longhezza precisa della fune. Mi manca poi la torre sì alta. Habbiamo quella del porto della lanterna: però ha un risalto nel mezzo, che rende l'operatione dificile. So che nel primo secondo ha da scender quattro braccia; ma non credo l'esperienza esser sicura, se non vien fatta in maggior altezza.

Di questo orologio che misurasse i secondi, io mi do ad intendere che me ne servirei a più usi: e in misurar le grandi distanze per mezzo della diferenza del tempo che è fra la vista e l'udito, se pur è vero, come io credo, che tal diferenza sia proportionata alle distanze, onde facendo sparar un'artiglieria lontano circa 30 miglia, pur che io possa vederne il fuoco e sentirne il tuono, dalla lor diferenza verrei in cognitione della distanza precisamente; e in ritrovar i gradi della longitudine mediante il moto della luna, ancorchè non vi sia ecclisse, atteso che con un oriolo così esatto si ritroverebbe precisamente la diferenza della distanza dalla luna a qualche stella e dall'un meridiano all'altro, calculandovi però l'anomalia di essa luna; e molte cose simili. Che perciò io la priego a dirmi il modo di misurar i secondi e come ha fatto l'esperienza delle cento braccia, e scusarmi se io la tedio troppo, rengraziandola de' favori che per rispetto mio ha fatto al detto P. Francesco, e che mi favorisca de' suoi comandamenti. Et a V. S. per fine bacio le mani e priego ogni vero bene.

Di Genova, a 23 di Aprile 1632.

Di V. S. molto Ill.re et Ecc.ma — Aff.mo et Obbl.mo Ser.re

Sig.r Gal.o Galilei. — Gio. B.a Baliano.

Galileo non rispose. Baliani vi ritorna sopra[41] dopo la lettura dei *Discorsi sopra due Nuove Scienze*:

[…]Rispetto a quel che dice di haver scritto delle vibrationi del pendolo fatte nell'istesso tempo, e dell'osservatione de' gravi che con pari velocità discendono, io non ho veduto altro, solo quel che scrive ne i Dialoghi del Sistema. Anzi che in quelli V. S. dice qualche cosa, di che io sperava che ne dovesse dar più distinto conto in questi, cioè di haver osservato che il grave discende di moto naturale per cento braccia in cinque minuti secondi d'hora; sperava, dico, che dovesse dir con che ragione si è assicurata che sian cinque secondi, e massime dove, a fogli 175[42], V. S. dà conto distinto di altre esperienze fatte in simil materia. […]

Di Gen.a, al pr.° Luglio 1639.

Di V. S. molto Ill.re et Ecc.ma — Ser.r Obbl.mo

Gio. B.a Baliano.

---

[40] G.G., XIV, pp.432-434.

[41] GG., XVIII, pp.68-71

[42] G.G.,VIII, pp. 212-213.

Finalmente Galileo risponde[43]:

> […] V. S. Ill.^{ma} mi dice che volentieri harebbe sentito l'artificio col quale io mi sia potuto assicurare che il grave descendente a perpendicolo, partitosi dalla quiete, passi cento braccia di altezza in cinque minuti secondi. Qui due cose si cercano: la prima è il tempo della scesa per le cento braccia, la seconda è il trovare qual parte sia questo tempo delle 24 hore del primo mobile. Quanto alla prima operatione, la scesa di quella palla che io fo scendere per quel canale ad arbitrio nostro inclinato, ci darà tutti i tempi non solo delle cento braccia, ma di qualsivoglia altra quantità di caduta perpendicolare, atteso che, come ella medesima sa e dimostra, la lunghezza del detto canale, o vogliamo dire piano inclinato, è media proporzionale tra la perpendicolare elevatione di detto piano e la lunghezza di tutto lo spazio perpendicolare che nel medesimo tempo si passerebbe dal mobile cadente: come, per essempio, posto che il detto canale sia lungo 12 braccia, e la sua perpendicolare elevazione sia mezo braccio, un braccio o due, lo spazio passato nella perpendicolare sarà braccia 288, 144 o 72, come è manifesto. Resta hora che troviamo la quantità del tempo delle scese per il canale. Ciò otterremo dalla ammirabile proprietà del pendolo, che è di fare tutte le sue vibrationi, grandi o piccole, sotto tempi eguali. Si ricerca, *pro una vice tantum*, che dua, tre o quattro amici curiosi e pazienti, havendo appostata una stella fissa che risponda contro a qualche segno stabile, preso un pendolo di qualsivoglia lunghezza, si vadano numerando le sue vibrationi per tutto il tempo del ritorno della medesima fissa al primo luogo; e questo sarà il numero delle vibrationi di 24 hore. Dal numero di queste potremo ritrovare il numero delle vibrationi di qualsivoglino altri pendoli minori e minori a nostro piacimento; si che se, vgr., le numerate da noi nelle 24 hore fossero state, vgr., 234 567, pigliando un altro pendolo più breve, col quale uno numeri, per esempio, 800 vibrationi mentre che l'altro numerasse 150 delle maggiori, già havremo per la regola aurea il numero delle vibrationi di tutto il tempo delle 24 hore: e se con queste vibrationi vorremo sapere il tempo della scesa per il canale, potremo con la medesima agevolezza ritrovare non solo i minuti primi, secondi e terzi, ma quarti e quinti, e quanto più ci piacerà. Vero è che noi potremo passare a più esatte misure con havere veduto et osservato qual sia il flusso dell'acqua per un sottile cannello, perchè raccogliendola, et havendo pesata quanta ne passa, vgr., in un minuto, potremo poi, col pesare la passata nel tempo della scesa per il canale, trovare l'esattissima misura e quantità di esso tempo, servendoci massime di una bilancia così esatta che tira ad un sessantesimo di grano. Questo è quanto all'artificio; il quale penso che ella stimerà esquisitissimo, ancorchè poi volendo sperimentare se quello che io scrissi delle 100 braccia in cinque secondi sia vero, lo trovasse falso, perchè per manifestare la estrema gofferia di quello che scriveva et assegnava il tempo della caduta della palla d'artiglieria dall'orbe lunare, poco importa che i cinque minuti delle 100 braccia siano o non siano giusti.[…]
>
> Di Arcetri, il primo d'Agosto 1639.
>
> Di V. S. Ill.^{ma}
>
> Devotiss. et Obblig.^{mo} Serv.^{re}
> Gal.^{o} Galilei.

8.2 *Analisi dei testi*

Analizziamo il contenuto della lettera di Galileo a Baliani. Galileo ha messo in relazione il moto lungo il piano con la caduta libera. Sia t il tempo impiegato per percorre il piano inclinato dalla sfera, lungo L. Sappiamo che Galileo, non conoscendo gli effetti della rotazione della sfera, riteneva che il moto lungo un piano inclinato seguisse la formula (h = dislivello fra gli estremi del piano)

$$L = (1/2)(h/L)\, gt^2$$

[43] G.G. XVIII pp. 75-79.

Se la sfera cade verticalmente, partendo da ferma, nello stesso tempo t percorre uno spazio H dato da:

$$H = (1/2)\ g\ t^2$$

Qui abbiamo esplicitato, per semplicità, il coefficiente di proporzionalità con l'espressione moderna (1/2)g e ovviamente h/L = sen φ, dove φ è l'angolo d'inclinazione.
Se invece la sfera, come è probabile, tocca il canale in due punti (cioè non rotola all'interno del canale largo un dito) si può dimostrare che la correzione all'accelerazione di gravità, anziché (h/L) g è:
$g\ (h/L)\ [1 - (c/d)^2][7/5 - (c/d)^2]^{-1}$

dove d è il diametro della sfera e c è la larghezza del canale. Si noti che quando c = 0, si ha la correzione 5/7 dovuta al momento d'inerzia della sfera.
Introducendo $H = (1/2)\ g\ t^2$ nella formula del moto sul piano inclinato, si ha

$$H =(L^2)/h.$$

Galileo utilizza i seguenti dati

L =	12 braccia
H =	100 braccia
t =	5 secondi

Al tempo di Galileo erano in uso a Firenze due misure di braccio

Braccio fiorentino di panno mm 583,02
Braccio fiorentino di terra mm 550,63
Miglio = 3000 braccia di terra

Galileo nel *Dialoghi sopra i due Massimi Sistemi* usa sempre il miglio di 3000 braccia e perciò useremo il braccio a terra nei conti.
Introducendo la relazione usata da Galileo, cioè $H = L^2/h$, possiamo ricavare il rapporto d/c tra il diametro della sfera e la larghezza del canale.

$$L^2/h = H = (1/2)\ g\ t^2[1 - (c/d)^2][7/5 - (c/d)^2]^{-1}$$

ossia

$$(d/c)^2 = [gt^2 - 2H]/[gt^2 - (14/5)\ H]$$

Se usiamo il valore di H = 55,063 metri e g = 9,8065 m s^{-2} si ottiene per d/c il valore seguente
d/c = 1,22

Questo risultato porta ad una correzione sul valore di g da usare nei calcoli teorici di Galileo. I risultati sul piano inclinato indicati da Galileo devono essere elaborati considerando una accelerazione effettiva, g_{eff} = 0,44903g = 4,40504 ms^{-2}.
Infatti, da 100 braccia in 5 secondi, ossia 55,063 metri in 5 secondi, si ottiene g_{eff} = 2 x 55,063/25 = 4,40504 ms^{-2}.

Per renderci conto della situazione, consideriamo un pendolo che compie una oscillazione completa in 1 secondo e un piano inclinato di un angolo $\theta = 3°$.

$V(t) = g_{eff}\,\mathrm{sen}3°\ t = 4{,}40504 \times 0{,}04710645\ t = 0{,}2075\ t$ m/s

In quattro secondi, la sfera raggiunge la velocità di v(4 s) = 0,83 m/s. Tale velocità giustifica un errore, nella misura dello spazio percorso, di almeno ± 4 centimetri, perché difficilmente l'orecchio può distinguere differenze nella sovrapposizione dei due suoni (l'urto della pallina e l'uro del pendolo) inferiori a 1/20 di secondo. Occorre forse utilizzare inclinazioni minori, in maniera da poter sperimentare con più intervalli e avere un più chiaro andamento della legge dei numeri dispari, per esempio: $\theta = 1°$, con cui la velocità dopo 4 secondi è 1/3 della precedente.

8.3 *Realizzazione*

Il piano inclinato è costituito delle seguenti parti:

a) Una tavola di legno lunga 665 cm e alta 28.5 cm, di spessore 6.5 cm. Superiormente, per tutta la sua lunghezza, è stata realizzata una scanalatura profonda 5 cm e larga 2.5 cm, al cui interno vi sono due sottili scanalature trasversali per il posizionamento e lo scorrimento dei sensori.

b) Due *gambe* di legno alte 76 cm a sezione quadrata (14x14 cm) innestate ad una base sagomata traversale (67x14 cm). Le gambe hanno un'apertura passante, a sezione rettangolare, ad un'altezza di circa 50 cm da terra, in cui si innestano le parti terminali di una trave descritta al punto successivo. Si veda più avanti anche la maniera con cui la tavola è collegata alle gambe.

c) Una *trave* di legno (356x15x6 cm) si incastra orizzontalmente nelle due gambe, e ne fuoriusce per un tratto. La trave viene bloccata all'estremità con zeppe, e serve a distanziare ed a stabilizzare l'insieme *tavola-gambe*.

d) Ai fianchi della *tavola*, a circa … metri dalla fine, sono fissate, con tre viti passanti in ottone, due bandelle in ferro, forate nelle parti che sporgono al di fuori. Una struttura in ferro riveste e avvolge la base superiore della gamba, e sporge all'esterno con due "orecchie" forate, che risultano in corrispondenza dei fori delle bandelle, quando la tavola è appoggiata opportunamete alla gamba. Un perno di ferro passa nei fori delle bandelle e della struttura, a mo' di cerniera, collegando la tavola alla gamba.

Sull'altra gamba si trova il dispositivo che permette di variare l'inclinazione del piano inclinato. L'estremità della *tavola* appoggia liberamente su una guida in ferro, che contiene la *gamba* e che si prolunga fiancheggiando la tavola. La guida ha due asole aperte ai fianchi nelle quali è inserito una sbarra che fa da perno e che termina da un lato in una testa avvitabile con una lunga manopola, cosicché la guida può essere stretta come da una morsa.

La struttura può essere alzata (vi sono per questo due maniglie di ottone), in modo continuo salendo rispetto alla posizione orizzontale della tavola, per un massimo di 50 cm. Nella posizione più alta la tavola raggiunge un'inclinazione di 8.6° rispetto al pavimento. Dalla posizione di massima inclinazione raggiungibile in maniera continua la *tavola* può essere ulteriormente sollevata, inserendo in due fori della guida un perno fino a raggiungere una altezza finale di circa 63.5 cm rispetto alla posizione orizzontale della *tavola* ed un'inclinazione complessiva di 10.9°.

Il dislivello fra le due estremità della tavola arriva fino a 99 cm in modo continuo e a 126 cm con l'inserimento del perno all'estremo della guida.

L'operazione di posizionamento richiede l'intervento di due operatori: uno alza la *tavola* e l'altro regola l'altezza della struttura metallica e stringe la leva di bloccaggio. Tutte le superfici su cui c'è attrito sono rivestite da sottili lamine di ottone per evitare l'usura del legno.

8.4 *Primo esperimento*

L'esperimento verifica la *Legge dei numeri dispari* nel modo in cui fu ideato da Carlo Alfonso Guadagni e descritto nel suo manuale *Specimen experimentorum naturalium* (Pisa, 1764), di cui diamo la traduzione:

Un legno molto lungo AB con una scanalatura al centro diviso in nove parti, sia sorretto da due o più sostegni CD, EF, GH, in maniera tale che con l'uso di viti I possa essere inclinato più o meno, per cui sia più lenta e più facile da osservare la discesa di due globi posti entrambi sul legno. All'estremità della prima, della quinta e della nona parte, si collochi un campanellino K non dissimile da quelli che si usano negli orologi portatili, sospeso ad un sostegno di bronzo L: all'estremità di ciascuna di quelle parti è attaccata una lamina elastica M che, colpita dai singoli globi N, muove un martelletto O lì annesso in modo tale da far suonare il campanellino.

Nel momento in cui uno dei globi sarà giunto alla fine della prima parte della tavola percorrendola, si mette in moto l'altro globo: dunque quando quel primo globo arriverà alla fine della quarta parte, l'altro avrà completato soltanto l'intervallo della prima parte, e nel tempo in cui il primo avrà percorso le altre cinque parti, l'altro ne avrà percorse soltanto tre.

L'esperimento utilizza un'apparecchiatura elettronica. Nella scanalatura principale sono situati quattro rivelatori a riflessione, montati su piastrine che possono scorrere nella scanalatura trasversale, e posizionati in maniera adeguata. I segnali provenienti dai rivelatori, attivati dal passaggio delle palline (metalliche, di diametro 3,02 cm) verranno inviati, tramite fili, a quattro martelletti elettrocomandati, che urtano campanelli, ricostruendo in parte l'esperimento del Guadagni.

8.5 *Secondo esperimento*

Si collocano i campanelli alle distanze corrispondenti al percorso fatto dalla sfera nelle successive oscillazioni complete del pendolo associato all'orologio ad acqua: 1, 2, 3, 4. Si distacano i campanelli, e si fa vedere che collocando una barriera, esattamente sopra le successive posizioni dei campanelli, vi è coincidenza di suono tra urto della pallina e urto del pendolo contro l'apposita tavoletta dell'orologio ad acqua (vedere descrizione dell'orologio ad acqua). Si misura il tempo del percorso con l'orologio ad acqua, raccogliendo l'acqua per tutti i percorsi intermedi segnati dai campanelli.

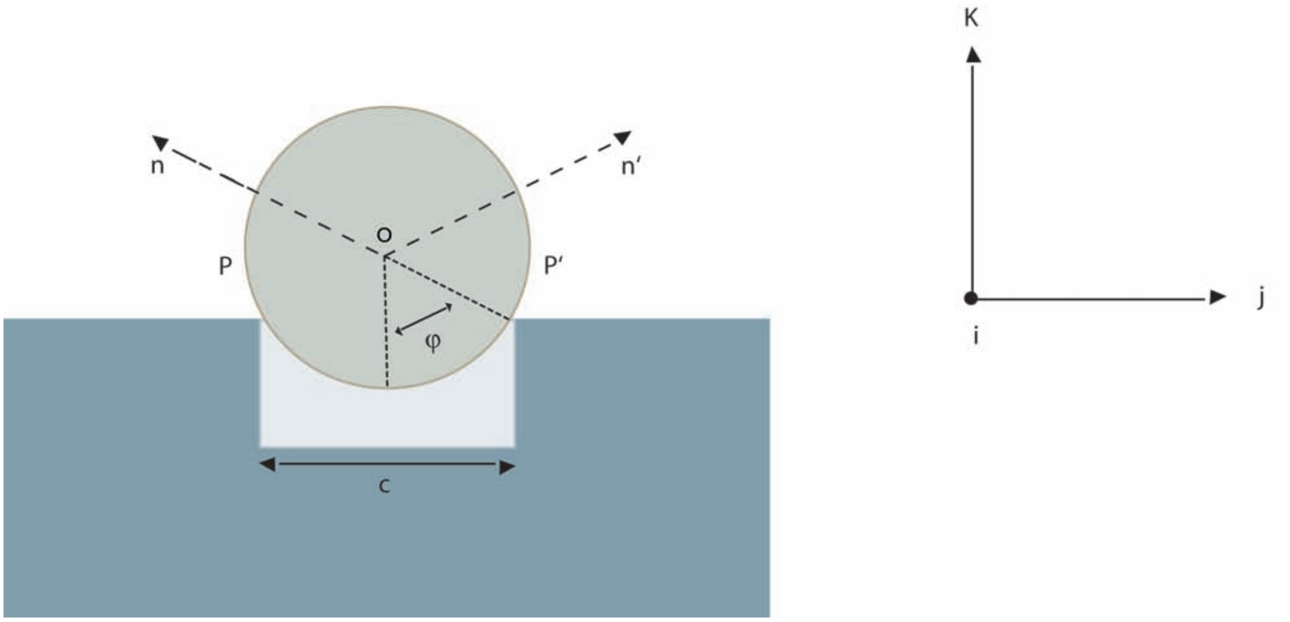
8.6 *Terzo esperimento*

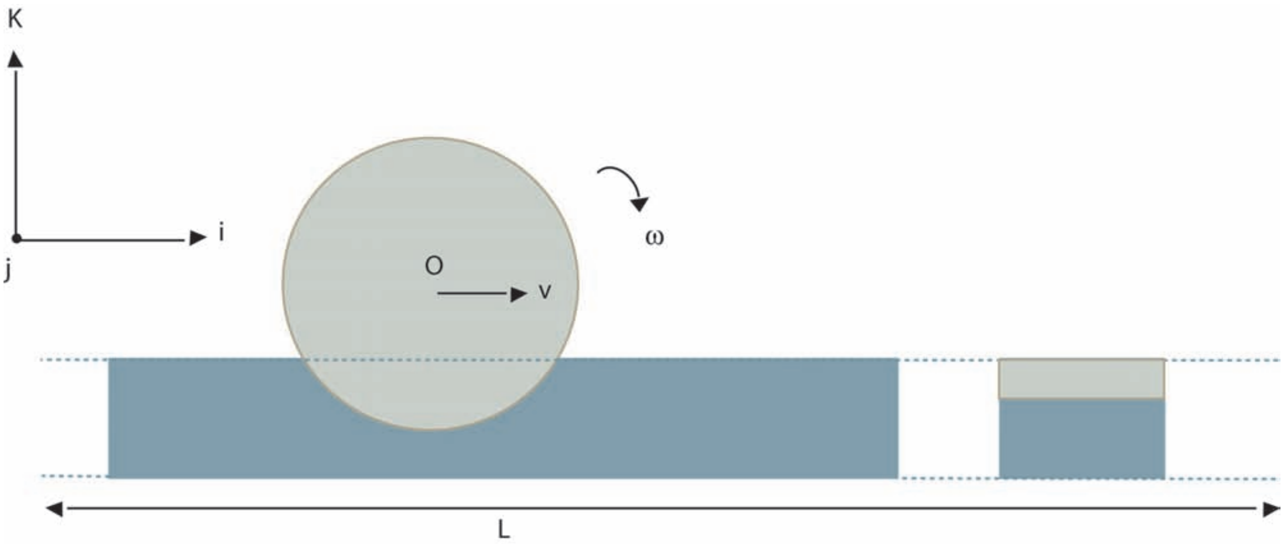
Si misura l'angolo di inclinazione θ. Si collegano i campanelli alla scheda del computer che registra i tempi di passaggio della sfera e automaticamente calcola il valore dell'accelerazione, per quel dato angolo. Si ripete alcune volte per avere statistica. Il valore ottenuto ksenθ contiene un fattore k che è minore dell'accelerazione di gravità g, a causa dell'attrito. I risultati dei tempi intermedi devono essere vicini a quelli ottenuti nel secondo esperimento.

Si pone il tavolo perfettamente orizzontale. Si lancia la sfera liberamente con la mano in modo da farla passare sopra almeno tre campanelli. Il calcolatore valuta la decelerazione "d" dovuta all'attrito. Sottraendo al valore teorico gsenθ la decelerazione "d", si ottiene il valore dell'accelerazione misurato al principio ksenθ = (gsenθ - d).

8.7 *Dimensione della scanalatura*

d : diametro della sfera
r : raggio della sfera
O : centro della sfera
c : larghezza del canale
L : lunghezza del canale





m: massa della sfera
O: centro di gravità della sfera
I: momento di inerzia della palla rispetto al centro O. $I = (2/5)mr^2$
p: forza peso. $p = mg$
f: forza di attrito
$\text{sen}\alpha = h/L$

Equazione del moto del centro di massa della sfera:

$$m\ a = (\text{sen}\ \alpha)\ p - 2\ f = (h/L)\ m\ g - 2\ f$$

La forza f si ottiene dal teorema del momento della quantità di moto:

$$I\ (d\omega/dt) = 2\ f\ r\ (\cos\ \varphi)$$

In caso di puro rotolamento $d\omega/dt = a/(r \cos \varphi)$, e quindi si ha:

$$2/5\ m\ r^2\ [a/(r \cos \varphi)] = 2\ f\ r\ (\cos \varphi)$$

da cui si ottiene

$$2\ f = (2/5)\ m\ a/(\cos \varphi)^2$$

Infine per l'accelerazione si ha:

$$a = g\ (\text{sen}\ \alpha) - (2/5)\ a\ /(\cos \varphi)^2$$
$$a[1 + (2/5)\ /(\cos \varphi)^2] = g\ (\text{sen}\ \alpha)$$
$$a = g\ (\text{sen}\ \alpha)(\cos^2 \varphi)[(\cos^2 \varphi) + 2/5]^{-1}$$
$$a = g\ (h/L)\ [1 - (c/d)^2][7/5 - (c/d)^2]^{-1}$$

la palla percorrerà lungo il piano inclinato la distanza L nel tempo t dato da

$$L = (1/2)\ g\ t^2(h/L)\ [1 - (c/d)^2][7/5 - (c/d)^2]^{-1}$$

Facendo c=0 si ottiene la relazione ben nota $L = (5/14)\ g\ t^2(h/L)$.

Un'altra maniera di ottenere l'accelerazione lungo il piano inclinato è quella di scrivere che l'incremento di energia cinetica (di traslazione e di rotazione) deve essere uguale al lavoro delle forze esterne. Dato che la forza d'attrito f non compie lavoro quando la palla rotola senza strisciare fino al punto x, si deve avere:

$$1/2\ [m\ v^2 + I\ \omega^2] = x\ m\ g\ \text{sen}\ \alpha$$

ossia

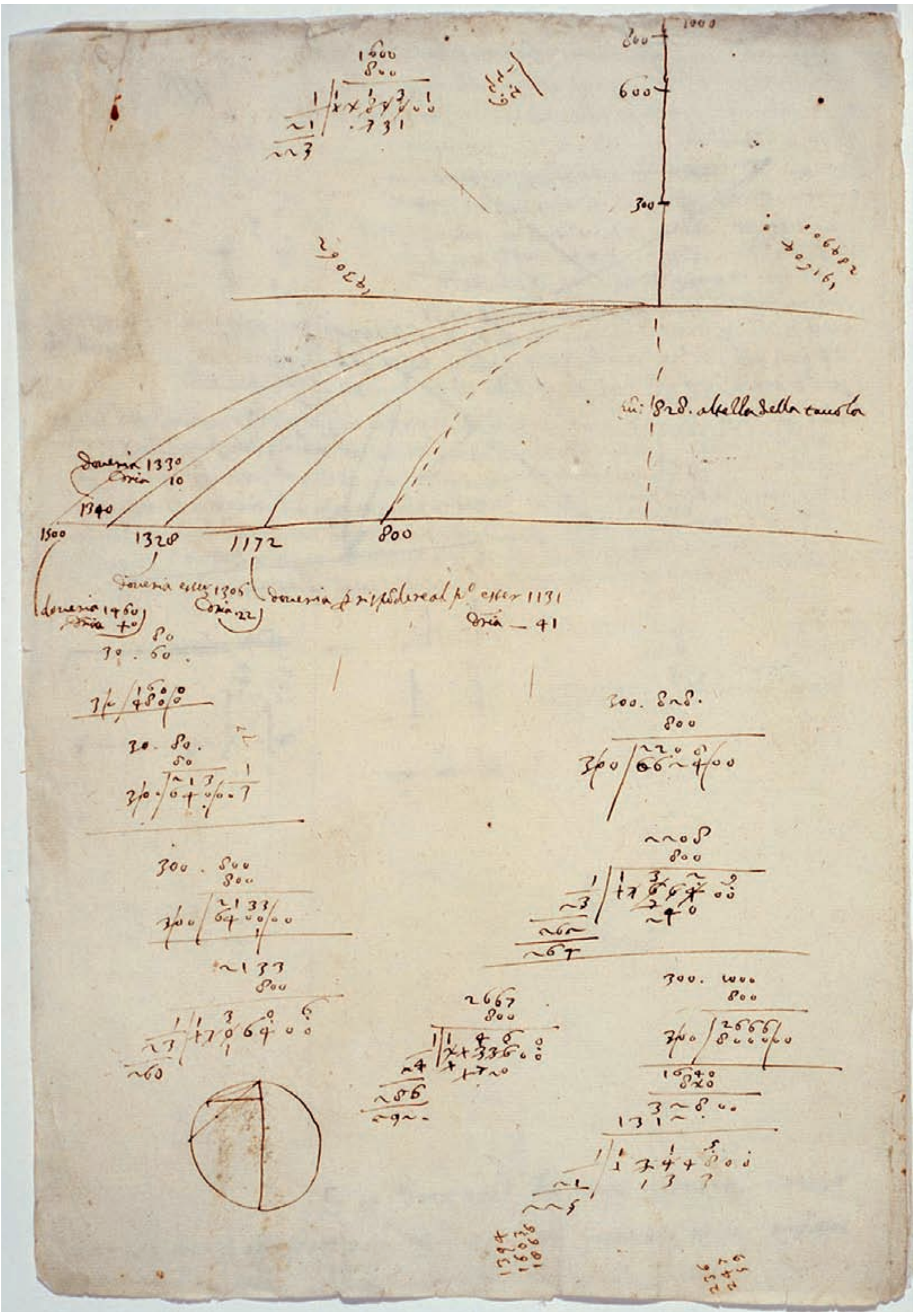
$$1/2m\ v^2\ [1 + 2/(5 \cos^2 \varphi)] = x\ m\ g\ \text{sen}\ \alpha$$

Derivando rispetto al tempo

$$m\ v\ a\ [1 + 2/(5 \cos^2 \varphi)] = v\ m\ g\ \mathrm{sen}\ \alpha$$
$$a = g\ \mathrm{sen}\ \alpha/[1 + 2/(5 \cos^2 \varphi)]$$
$$a = g\ \mathrm{sen}\ \alpha \cos^2 \varphi\ [\cos^2 \varphi) + 2/5]^{-1}$$

9. ESPERIMENTI COMBINATI DI CADUTA SUL PIANO INCLINATO E IN ARIA (1600-1610)

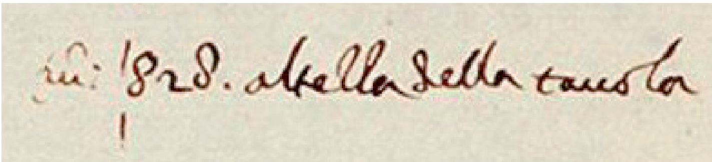
9.1 *Introduzione e analisi del foglio 116v*



Questo foglio (segnatura MSS 72, f. 116v) contiene una delle più importanti documentazioni degli esperimenti galileiani sul moto. Una sfera scende lungo il piano inclinato, che ci sembra ragionevole supporre coincidere con quello che Galileo ha descritto nei suoi *Discorsi intorno a due Nuove Scienze*.
Il piano di Galileo ha una scanalatura larga circa un dito ed è lungo 12 braccia.
In questo esperimento il piano è notevolmente inclinato, formando – come vedremo più avanti - un angolo di circa 20 gradi[44] con il piano dell'orizzonte. La sfera, giunta alla fine del piano, incontra un "raddrizzatoio", cioè una struttura con scalatura, sagomata a forma di settore di circonferenza di raggio molto piccolo, con angolo al centro di 20° (oppure con altro angolo, sempre coincidente con l'angolo d'inclinazione del piano) applicata alla fine del piano. Il "raddrizzatoio" modifica la traiettoria, in maniera che la sfera lascia il supporto, avendo acquistato una direzione orizzontale. La sfera, subito, inizia una traiettoria parabolica, arrivando al suolo dopo un tempo t che dipende dall'altezza verticale H che dovrà percorrere, e che nel foglio è indicata in 828 *punti*.

Nel disegno sono riportati i seguenti dati:

a) Una altezza di riferimento h_0 = 300 *punti*, a cui corrisponde una distanza raggiunta s_0 = 800 *punti*: ne vedremo il significato;
b) le altezze h_n (n = 1, 2, 3, 4) da cui la sfera è stata lasciata scendere lungo il piano;
c) le distanze orizzontali s_n (n = 1, 2, 3, 4) a cui giunge la sfera sul pavimento, in corrispondenza a queste altezze;
d) le distanze d_n (n = 1, 2, 3, 4) che si sarebbero dovute osservare, in base ai dati di riferimento e secondo una formula matematica non riportata, ma che si deduce facilmente dalle operazione eseguite nel foglio stesso.
e) l'altezza costante H = 828 *punti*, che la sfera percorre in volo nei successivi lanci, fino ad arrivare a terra, che fissa il tempo comune a tutti i lanci. Questo dato è presente nel foglio con l'osservazione:



pûi 828. altezza della tavola. (dove *pûi* sta per *punti*)

Tutte le distanze sono date in punti, che (molti anni fa) abbiamo dimostrato essere 1/240 del braccio a terra di Firenze. Le misure che usiamo sono quindi nella seguente relazione con il metro:

Braccio a terra = 0,55063 m
Soldo = 1/20 di braccio = 0,02753 m
Punto = 1/240 di braccio = 0,00229 m

Si noti che a Firenze esisteva il braccio a panno uguale a 0,58302 m, che successivamente ha prevalso sull'altra misura, che venne abolita dal granduca Pietro Leopoldo.
La relazione tra le due unità, di terra e di panno, è legata al miglio toscano, definito uguale a 3000 braccia di terra.

[44] L'altezza massima considerata da Galileo è h = 1000 punti, e il piano inclinato è lungo 12 braccia, cioè 2880 punti. Ne segue l'angolo minimo necessario per alzare l'inizio del piano a 1000 punti di altezza: [arc sen (1000/2880)] = 22°,57.

Il braccio a panno è 18/17 del braccio a terra.

Misure

n	h_n (punti)	h_n (m)	s_n (punti)	s_n (m)	d_n (punti)	d_n (m)
1	600	1,374	1172 punti	2,684	1131,4	2,591
2	800	1,832	1328 punti	3,041	1306,4	2,992
3	828	1,896	1340 punti	3,069	1329	3,043
4	1000	2,29	1500 punti	3,435	1460,8	3,345

Esiste una relazione, non scritta ma facilmente deducibile, tra H, h_0 e s_0.

H = 828 punti = 1,896 m

L'altezza 828 *punti* è stata scelta in maniera che, lasciando scendere la sfera sul piano da un'altezza verticale (relativa al raddrizzatorio) di h_0 = 300 *punti*, lo spazio orizzontale percorso in volo prima di arrivare a terra fosse di 800 *punti*: s_0 e h_0 entrano ripetutamente nei calcoli e il fatto che sono numeri *tondi* è di aiuto.

Galileo conosce un teorema[45], che enuncia così:

> I gradi di velocità d'un mobile descendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo all'orizonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti.

Inoltre, Galileo suppone (e prova sperimentalmente) che la velocità cresce con il tempo e crede di aver dimostrato teoricamente (ma certamente lo ha provato sperimentalmente) che lo spazio percorso cresce con il quadrato del tempo.
Siano g e g' due costanti; quanto detto significa che qualunque sia il percorso fatto, la velocità e lo spazio verticale percorso dipendono dal tempo nella maniera seguente:

$v(t) = gt$
$h(t) = g't^2$

Da queste formule segue $v(t)^2 = s(t)\,(g)^2/g'$.

Inoltre Galileo conosce un altro teorema[46]:

> Il tempo in cui uno spazio dato è percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete,

[45] G.G., VIII, p. 205. "Accipio, gradus velocitatis eiusdem mobilis super diversas planorum inclinationes acquisitos tunc esse aequales, cum eorumdem planorum elevationes aequales sint".
[46] G.G., VIII, p. 208. "Tempus in quo aliquod spatium a mobili conficitur latione ex quiete uniformiter accelerata, est aequale tempori in quo idem spatium conficeretur ab eodem mobili motu aequabili delato, cuius velocitatis gradus subduplus si ad summum et ultimum gradum velocitatis prioris motus uniformiter accelerati.

è eguale al tempo in cui quel medesimo spazio sarebbe percorso dal medesimo mobile mosso di moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo [*la metà*] del grado di velocità ultimo e massimo [raggiunto dal mobile] nel precedente moto uniformemente accelerato.

Cioè, $h(t) = g't^2 = t(gt)/2$

Da questo segue $g/g' = 2$ e quindi

$v(t)^2 = 2\ gh(t)$

Nell'esperimento che sta descrivendo, Galileo si aspetta che, all'istante in cui la sfera lascia il "raddrizzatoio", quando la sua velocità v_r è diretta orizzontalmente, valga la formula

$v_r = (2gh_0)^{1/2}$

Dato che il tempo per arrivare al suolo è dato da $t_f = (H/g')^{1/2} = (2H/g)^{1/2}$ e in questo tempo la sfera è andata avanti con moto uniforme per uno spazio $s_0 = v_r\ t_f$, da ciò segue che

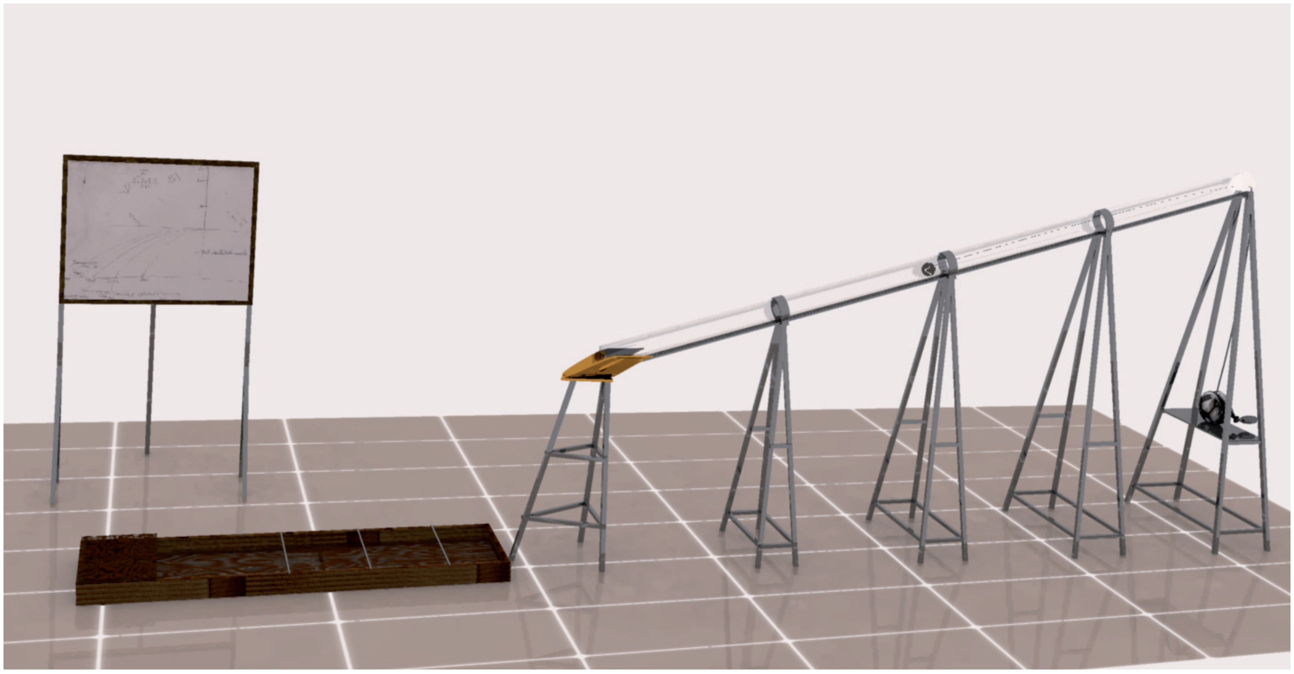
$S_i = (2gh_i)^{1/2}\ (2H/g)^{1/2} = [4Hh_i]^{1/2}$

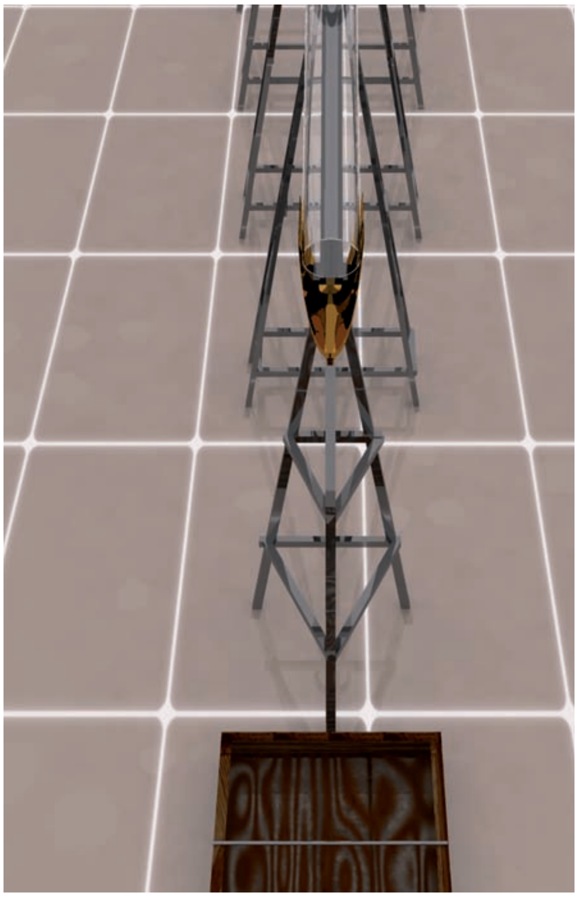
Tuttavia Galileo verifica subito che la velocità di discesa, quando la sfera rotola su una scanalatura, non verifica questa relazione. Infatti sostituendo con i valori dell'esperimento di *riferimento*, come lo abbiamo chiamato:

$[4 \times 828 \ \times 300]^{1/2} = [993600]^{1/2} = 996{,}8$ *punti*

Il risultato differisce da quanto osservato che è 800 *punti*. Occorre introdurre un fattore di correzione K dato da

$[4 \times 828 \ \times 300 \times K]^{1/2} = [993600 \times K\ ]^{1/2} = 800$ *punti*





$K = (800)^2 / (4 \times 828 \times 300) = (640.000/993.600) = 0{,}6441224$

Questo fattore di correzione proviene dal fatto che la sfera che rotola ha insieme un moto di traslazione e uno di rotazione, quindi una parte dell'energia acquistata per gravità non va solo in energia cinetica di traslazione, ma anche in energia di rotazione, che la sfera conserva durante la fase di moto parabolico, dopo aver lasciato il "raddrizzatore".
Nel foglio sono riportati i seguenti conti, dai quali Galileo ricava i dati s_n e d_n che abbiamo ragguppato in tabella. Galileo li inserisce ai loro posti nella rappresentazione grafica delle traiettorie, scrivendo nella maniera seguente:

1172 ⇒ doveria p[er] rispondere al p° esser 1131
d[ove]ria 41
1328 ⇒ doveria esser 1306
d[ove]ria 22
1340 ⇒ doveria 1330
d[ove]ria 10
1500 ⇒ doveria 1460
[dove]ria 40

I lanci risultano sempre un po' maggiori del dovuto, e questo forse è devuto alla maniera in cui sono stati messi in evidenza i punti di impatto, dove la sfera arriva al suolo: pensiamo, per esempio, che una misura precisa si potrebbe avere usando strisce di metallo poste di traverso, da spostare avanti e indietro alla traiettoria, fino a trovare il luogo in cui batte la sfera.
I conti del foglio si basano sulla relazione già trovata

$s_i = [4KHh_i]^{1/2} = [4KHh_i]^{1/2} =$
Introducendo

$K = (s_0)^2/4Hh_0 = (800)^2/4H300$

$s_i = [4\ Hh_i\ (800)^2/4H300]^{1/2} = [h_i\ (800)^2/300]^{1/2} = 800(h_i/300)^{1/2}$

Sostituendo h_i con i valori della tabella abbiamo i risultati di Galileo in *punti* e in metri.

$s_1 = 800(600/300)^{1/2}$ = 1131,37 punti = 2,5908 metri
$s_2 = 800(800/300)^{1/2}$ = 1306,39 punti = 2,9916 metri
$s_3 = 800(828/300)^{1/2}$ = 1329,06 punti = 3,0435 metri
$s_4 = 800(1000/300)^{1/2}$ = 1460,59 punti = 3,3447 metri

9.2 *Realizzazione*

La struttura che realizza il piano inclinato è un tubo acrilico trasparente (cast continued) con diametro esterno 250 mm e spessore 10 mm, costituito di 4 settori collegati tra loro con anelli, ai quali sono applicate coppie di aste tubolari di alluminio di lunghezza crescente e regolabile, incernierate agli anelli, a supporto del tubo. Agli estremi i supporti sono costruiti in modo da contenere le spinte. L'insieme dei tubi pesa circa 70 kg, dato che i tubi pesano 8,67 kg al metro.

I tubi in commercio hanno una lunghezza standard di 2 metri. Essi saranno tagliati longitudinalmente in modo da realizzare una apertura lineare larga 25 mm, che verrà chiusa da una asta di alluminio, inserita dall'esterno, per realizare una scanalatuta. Queste aste saranno applicate sfalsate rispetto ai tubi, in modo da collegarli tra loro per una perfetta collimazione e nello stesso tempo perché si abbia un rinforzo della struttura. La sfera di acciaio che vi scorre all'interno ha un diametro di 47.625 mm (∅ 1” 7/8) e un peso di 0,45 kg. Il rapporto tra sezione della sfera e sezione del tubo (1781,4/41547,6 = 0,043) garantisce che non vi saranno apprezzabili effetti di resistenza da parte dell'aria confinata nel tubo. La sfera sarà portata all'altezza desiderata, all'interno del tubo, da una elettrocalamita, posta su un carrellino con ruote di gomma, tirata da una catena, che dopo essere passata sopra un ruotismo posto all'estremità alta del tubo, si avvolgerà ad un grande rocchetto sistemato in terra. La corrente necessaria sarà trasmessa con un filo elettrico, parallelo alla catena, che segue lo stesso percorso. Le posizioni sul tubo, corrispondenti alle 5 altezze considerate da Galileo: 300 – 600 – 800 – 828 1000 punti, sono segnalate facendo scendere un metro metallico dall'altezza opportuna al suolo, e per una maggiore precisione da un segno sulla catena che deve coincidere con un opportuno traguardo a terra. Davanti al tubo vi è un contenitore in legno lungo circa 4 metri e largo 1 metro, chiuso ai quattro lati da pareti di ritenzione alte 0,2 m, imbottito e terminante con una tavola incernierata in modo da impedire la fuoriuscita della sfera per eventuali rimbalzi contro il fondo. Alle distanze previste per il primo impatto di ogni lancio sono collocate a livello dell'imbottitura catene metalliche larghe 2 cm, per segnalare acusticamente il luogo dell'urto.

9.3 *Esperimento*

S

9.4 *Teoria correttiva per la scanalatura*

Accelerazione sul piano inclinato:

$$a = g \text{ sen } \alpha \, [1 - (c/d)^2] \, [7/5 - (c/d)^2]^{-1}$$

lo spazio percorso è

$$s_f = (1/2)\, t^2 \, g \text{ sen } \alpha \, [1 - (c/d)^2] \, [7/5 - (c/d)^2]^{-1}$$

Il tempo impiegato è

$$t_f = \{2 s \, [1 - (c/d)^2]^{-1} \, [7/5 - (c/d)^2](\, g \text{ sen } \alpha)^{-1}\}^{1/2}$$

Indichiamo da ora in avanti con K

$K = [1 - (c/d)^2]\ [7/5 - (c/d)^2]^{-1}$

$t_f = \{2\ s\ (\ g\ K\ sen\ \alpha)^{-1}\}^{1/2}$

la velocità raggiunta scendendo da un'altezza $H = s\ sen\ \alpha$

$v_f = g\ K\ sen\ \alpha\ t_f = g\ K\ sen\ \alpha\ \{2\ s\ (K\ g\ sen\ \alpha)^{-1}\}^{1/2}$
ossia

$v_f = \{2\ s\ K\ g\ sen\ \alpha\}^{1/2}$

$v_f = [2gKH]^{1/2}$

possiamo ricavare il rapporto tra il diametro della sfera d e la larghezza del canale c.

$(c/d)^2 = [1 - 7K/5]\ /[1 - K] = [1 - 7/(0{,}6441224)5]/0{,}3558776$

$(c/d)^2 = 0{,}0982286\ /0{,}3558776 = 0{,}276018$

$(c/d) = 0{,}525374245$

$d = 1{,}9034\ c$

se c = 25 mm allora d = 47,58 mm
se c = 24 mm allora d = 45,68 mm

Se si sceglie c = 25 mm, si può usare una sfera di acciaio da 1" 7/8 = 47,625 mm che pesa 444 g.
La velocità massima lungo il piano inclinato di un angolo $\theta = 20°$ scendendo da un'altezza di 1000 punti è uguale a 2,29 m/s.

10. INSTALLAZIONE CON PENDOLI
DIPENDENZA DEL PERIODO DALLA LUNGHEZZA
CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

10.1 *Testi*

«DISCORSI E DIMOSTRAZIONI MATEMATICHE INTORNO A DUE NUOVE SCIENZE»

A. […] Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze esser in duplicata proporzion de i tempi, cioè son come i quadrati de i tempi: sì che volendo, v. g., che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo; ed allora, nel tempo d'una vibrazione di quello, un altro ne farà tre, quando la corda di quello sarà nove volte più lunga dell'altra: dal che ne séguita che le lunghezze delle corde hanno fra di loro la proporzione che hanno i quadrati de' numeri delle vibrazioni che si fanno nel medesimo tempo.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VIII, D*iscorsi intorno a due nuove scienze*; Giornata Prima, pp. 139-140]

B. […] Figuratevi, questo foglio essere una parete eretta all'orizonte, e da un chiodo fitto in essa pendere una palla di piombo d'un'oncia o due, sospesa dal sottil filo *AB*, lungo due o tre braccia, perpendicolare all'orizonte, e nella parete segnate una linea orizontale *DC*, segante a squadra il perpendicolo *AB*, il quale sia lontano dalla parete due dita in circa; trasferendo poi il filo *AB* con la palla in *AC*, lasciate essa palla in libertà: la quale primieramente vedrete scendere descrivendo l'arco *CBD*, e di tanto trapassare il termine *B*, che, scorrendo per l'arco *BD*, sormonterà sino quasi alla segnata parallela *CD*, restando di pervenirvi per piccolissimo intervallo, toltogli il precisamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria e del filo; dal che possiamo veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto *B* dalla palla, nello scendere per l'arco *CB*, fu tanto, che bastò a risospingersi per un simile arco *BD* alla medesima altezza.

Fatta e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete, rasente al perpendicolo *AB*, un chiodo, come in *E* o vero in *F*, che sporga in fuori cinque o sei dita, e questo acciò che il filo *AC*, tornando, come prima, a riportar la palla *C* per l'arco *CB*, giunta che ella sia in *B*, intoppando il filo nel chiodo *E*, sia costretta a camminare per la circonferenza *BG*, descritta intorno al centro *E*; dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo

impeto che, dianzi, concepito nel medesimo termine *B*, sospinse l'istesso mobile per l'arco *BD* all'altezza della orizontale *CD*. Ora, Signori, voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizontale nel punto *G*, e l'istesso accadere se l'intoppo si mettesse più basso, come in *F*, dove la palla descriverebbe l'arco *BI*, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea *CD*; e quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso che l'avanzo del filo sotto di lui non arrivasse all'altezza di *CD* (il che accaderebbe quando fusse più vicino al punto *B* che al segamento dell'*AB* con l'orizontale *CD*), allora il filo cavalcherebbe il chiodo e se gli avvolgerebbe intorno. Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto: imperò che, essendo li due archi *CB*, *DB* eguali e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco *CB* è il medesimo che il fatto per la scesa dell'arco *DB*; ma il momento acquistato in *B* per l'arco *CB* è potente a risospingere in su il medesimo mobile per l'arco *BD*; adunque anco il momento acquistato nella scesa *DB* è eguale a quello che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da *B* in *D*; sì che, universalmente, ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale a quello che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: ma i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi *BD*, *BG*, *BI* sono eguali, poiché son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa *CB*, come mostra l'esperienza; adunque tutti i momenti che si acquistano per le scese ne gli archi *DB*, *GB*, *IB* sono eguali.
[…] ne i moti fatti sopra superficie rette, e non sopra curve, nelle quali l'accelerazione procede con gradi molto differenti da quelli con i quali noi pigliamo ch'ella proceda ne' piani retti. Di modo che, se ben l'esperienza addotta ci mostra che la scesa per l'arco *CB* conferisce al mobile momento tale, che può ricondurlo alla medesima altezza per qualsivoglia arco *BD*, *BG*, *BI*, noi non possiamo con simile evidenza mostrare che l'istesso accadesse quando una perfettissima palla dovesse scendere per piani retti, inclinati secondo le inclinazioni delle corde di questi medesimi archi; anzi è credibile che, formandosi angoli da essi piani retti nel termine *B*, la palla scesa per l'inclinato secondo la corda *CB*, trovando intoppo ne i piani ascendenti secondo le corde *BD*, *BG*, *BI*, nell'urtare in essi perderebbe del suo impeto, né potrebbe, salendo, condursi all'altezza della linea *CD*: ma levato l'intoppo, che progiudica all'esperienza, mi par bene che l'intelletto resti capace, che l'impeto (che in effetto piglia vigore dalla quantità della scesa) sarebbe potente a ricondurre il mobile alla medesima altezza.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VIII, *Discorsi intorno a due nuove scienze*; Giornata Terza, pp. 206-207)

10.2. *Realizzazione*

Si vuole creare una installazione che realizzi gli esperimenti proposti dal testo galileiano. Questo può essere fatto nella maniera seguente.
Una colonna di ottone, alta 2,5 m e con diametro 0.08 m, è sorretta da una base a tre piedi con viti calanti per regolare la sua verticalità, e termina, in alto, con una traversa tubolare. Sulla traversa sono inseriti due ganci regolabili in lunghezza, ai quali sono attaccati due fili di acciaio (∅ 0.00075 m) che costituiscono la sospensione bifilare di una sfera cava di bronzo (∅ 0,0083 m). Nella sfera è inserito un astuccio cilindrico contenente un laser alimentato con pile ricaricabili. Il laser, durante le oscillazioni, serve come indicatore degli spostamenti, che vengono letti su una sottostante scala millimetrata.
Ad altezza conveniente è inserita una traversa, scorrevole lungo la colonna, dalla quale pende una sfera uguale alla precedente. La lunghezza della sospensione è esattamente 1/4 di quella del pendolo già descritto, e le due sfere sono poste esattamente alla stessa altezza. Immediatamente sotto, quando le due sfere sono nella loro posizione di quiete, vi è una traversa che sostiene una guida. La guida permette di dare un impulso comune alla due sfere mediante un "percussore" con cui, dando un colpo di martello, è trasmessa la stessa velocità iniziale. Sulla guida, alle due estremità e al centro sono disposte tre colonnine, portanti sensori che segnalano il passaggio delle sfere. Un computer con una scheda di acquisizione dati, fornisce ad ogni passaggio il periodo di ogni pendolo, e costruisce un grafico dei risultati.
Poco al di sotto, appoggiati ad un banchetto, sono disposti due metri di alluminio, lungo i quali scorrono i punti luminosi dei laser, per la misura della simmetria delle oscillazioni e per la valutazione dell'escursione verticale in altezza dei pendoli.

10.3 *Primo esperimento: simmetria delle ampiezze (Conservazione dell'energia meccanica)*

> [...] nella parete segnate una linea orizontale *DC*, segante a squadra il perpendicolo *AB*, il quale sia lontano dalla parete due dita in circa; trasferendo poi il filo *AB* con la palla in *AC*, lasciate essa palla in libertà: la quale primieramente vedrete scendere descrivendo l'arco *CBD*, e di tanto trapassare il termine *B*, che, scorrendo per l'arco *BD*, sormonterà sino quasi alla segnata parallela *CD*, restando di pervenirvi per piccolissimo intervallo, toltogli il precisamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria e del filo; dal che possiamo veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto *B* dalla palla, nello scendere per l'arco *CB*, fu tanto, che bastò a risospingersi per un simile arco *BD* alla medesima altezza.

In luogo della linea orizzontale per osservare se arriva sempre alla stessa altezza nelle sue "reciprocazioni", si è scelto di osservare le escursioni del raggio laser, che prolunga il pendolo fino ad un piano sottostante, sul quale sono appoggiati, simmetricamente rispetto alla verticale d'equilibrio, due metri di alluminio. Uguali escursioni del punto luminoso dimostrano uguali ampiezze di oscillazione e costanza nell'altezza raggiunta. Questo può essere visto con ognuno dei due pendoli.

10.4 *Secondo esperimento (relazione tra periodo e lunghezza del pendolo)*

> [...] Quanto poi alla proporzione de i tempi delle vibrazioni di mobili pendenti da fila di differente lunghezza, sono essi tempi in proporzione suddupla delle lunghezze delle fila, o vogliam dire le lunghezze esser in duplicata proporzion de i tempi, cioè son come i quadrati de i tempi: sì che volendo, v. g., che 'l tempo d'una vibrazione d'un pendolo sia doppio del tempo d'una vibrazione d'un altro, bisogna che la lunghezza della corda di quello sia quadrupla della lunghezza della corda di questo.

La lunghezza del pendolo B è 1/4 la lunghezza del pendolo A, e dobbiamo verificare se il periodo T_B è metà del periodo T_A.
Una prima maniera è quella di chiedere a due persone di contare le oscillazioni di ogni singolo pendolo, a voce alta.
Una maniera che richiede l'intervento di una sola persona è quella far allontanare simultaneamente dal punto di equilibrio le due sfere, e di guardate i punti luminosi sul tavolo: ad ogni due passaggi del più veloce, si avrà uno del più lento.
Una terza maniera è quella dare movimento ai due pendoli e poi il via al conteggio del computer.

10.5 *Terzo esperimento (ancora conservazione dell'energia meccanica)*

> [...] ficchiamo nella parete, rasente al perpendicolo *AB*, un chiodo, come in *E* o vero in *F*, che sporga in fuori cinque o sei dita, e questo acciò che il filo *AC*, tornando, come prima, a riportar la palla *C* per l'arco *CB*, giunta che ella sia in *B*, intoppando il filo nel chiodo *E*, sia costretta a camminare per la circonferenza *BG*, descritta intorno al centro *E*; dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo impeto che, dianzi, concepito nel medesimo termine *B*, sospinse l'istesso mobile per l'arco *BD* all'altezza della orizontale *CD*. Ora, Signori, voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizontale nel punto *G*, e l'istesso accadere se l'intoppo si mettesse più basso, come in *F*, dove la palla descriverebbe l'arco *BI*, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea *CD*.

Il pendolo corto, appeso nel sostegno che in questo esperimento sostituisce il chiodo E dell'esperimento galileiano, si comporta come se il pendolo lungo, la cui sfera, giunta nella verticale, "*intoppando il filo nel chiodo E, sia costretta a* *camminare per la circonferenza BG descritta intorno al centro E*". Se il pendolo lungo e quello corto arrivano alla stessa altezza, avremo realizzato in forma diversa l'esperimento di Galileo. Occorre però che i due pendoli passino per la verticale con la stessa velocità. Questo è ottenuto colpendo con un colpo di martello il percussore appoggiato alle sfere in quiete. Le due sfere cominciano ad oscillare. Misurando l'oscillazione massima di entrambe a partire dall'escursione del segnale luminoso del laser, possiamo calcolare l'altezza raggiunta con una semplice operazione di trigonometria. Questa operazione, in realtà, è fatta dal computer, in cui abbiamo immesso i dati dell'escursione massima dei due pendoli.

11. INSTALLAZIONE CON PENDOLI
DINAMICA DELL'URTO
CONSERVAZIONE DELLA QUANTITÀ DI MOTO

11.1 *Testi*

(A)
SALVIATI: Però ditemi se voi avete difficultà nessuna in concedere che quella palla [*di cannone*] nello scendere, vadia sempre acquistando maggior impeto e velocità.
SAGREDO: Sono di questo sicurissimo.
SALVIATI: E se io dirò che l'impeto acquistato in qualsivoglia luogo del suo moto sia tanto che basterebbe a ricondurla a quell'altezza donde si partì, me lo concedereste?
SAGREDO: Concedere'lo senza contradizione, tuttalvolta che la potesse applicar, senz'esser impedita, tutto il suo impeto in quella sola operazione, di ricondur se medesima, o altro eguale a sé, a quella medesima altezza: come sarebbe se la Terra fosse perforata per il centro, e che, lontano da esso cento o mille braccia, si lasciasse cader la palla; credo sicuramente che ella passerebbe, oltre al centro, salendo altrettanto quanto scese: e così mi mostra l'esperienza accadere d'un peso pendente da una corda, che rimosso dal perpendicolo, che è il suo stato di quiete, e lasciato poi in libertà, cala verso detto perpendicolo e lo trapassa per altrettanto spazio, o solamente tanto meno quanto il contrasto dell'aria e della corda o di altri accidenti l'impediscono. Mostrami l'istesso l'acqua, che scendendo per un sifone, rimonta altrettanto quanto fu la sua scesa.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VII, *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo*, dialogo primo, pp.46-47]

(B)
SALVIATI: […] Sospendendosi con un filo lungo e sottile, legato al palco, una palla di piombo, se noi la allontaneremo dal perpendicolo, lasciandola poi in libertà, non avete voi osservato che ella declinando passerà spontaneamente di là dal perpendicolo poco meno che altrettanto?
SAGREDO: L'ho osservato benissimo, e veduto (massime se la palla sarà grave assai) che ella sormonta tanto poco meno della scesa, che ho talvolta creduto che l'arco ascendente sia eguale al descendente, e però dubitato che le sue vibrazioni potessero perpetuarsi; e crederò che lo farebbero se si potesse levar l'impedimento dell'aria, la quale, resistendo all'esser aperta, ritarda qualche poco ed impedisce il moto del pendolo: ma l'impedimento è ben poco; di che è argomento il numero grande delle vibrazioni che si fanno avanti che il mobile si fermi del tutto.
SALVIATI: Non si perpetuerebbe il moto, signor Sagredo, quando ben si levasse totalmente l'impedimento dell'aria, perché ve n'è un altro piú recondito assai.
SAGREDO: E qual è? ché altro non me ne sovviene.
SALVIATI: Vi gusterà il sentirlo, ma ve lo dirò poi; intanto seguitiamo. Io vi ho proposta l'osservazione di questo pendolo, acciò che voi intendiate che l'impeto acquistato nell'arco descendente, dove il moto è naturale, è per se stesso potente a sospignere di moto violento la medesima palla per altrettanto spazio nell'arco simile ascendente; è tale, dico, per se stesso, rimossi tutti gl'impedimenti esterni. Credo anco che senza dubitarne s'intenda, che sí come nell'arco descendente si va crescendo la velocità sino al punto infimo del perpendicolo, cosí da questo per l'altro arco ascendente si vadia diminuendo sino all'estremo punto altissimo, e diminuendo con l'istesse proporzioni con le quali si venne prima agumentando, sí che i gradi delle velocità ne i punti egualmente distanti dal punto infimo sieno tra di loro eguali. Di qui parmi (discorrendo con una certa convenienza) di poter credere, che quando il globo terrestre

fusse perforato per il centro, una palla d'artiglieria scendendo per tal pozzo acquisterebbe sino al centro tal impeto di velocità che, trapassato il centro la spignerebbe in su per altrettanto spazio quanto fusse stato quello della caduta, diminuendo sempre la velocità oltre al centro con decrementi simili a gl'incrementi acquistati nello scendere; ed il tempo che si consumerebbe in questo secondo moto ascendente credo che sarebbe eguale al tempo della scesa.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VII, *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo*, dialogo secondo, pp.253-254]

(C)
SALVIATI: Talché, quando il globo terrestre fusse perforato da un pozzo che passasse per il centro di esso, una palla d'artiglieria lasciata cader per esso, mossa da principio naturale ed intrinseco, si condurrebbe al centro; e tutto questo moto farebbe ella spontaneamente e per principio intrinseco: non sta cosí?
SIMPLICIO: Cosí tengo io per fermo.
SALVIATI: Ma giunta al centro, credete voi ch'ella passasse piú oltre, o pur che quivi cesserebbe immediatamente dal moto?
SIMPLICIO: Credo che ella continuerebbe di muoversi per lunghissimo spazio.
SALVIATI: Ma questo moto oltre al centro non sarebb'egli all'insú e, per vostro detto, preternaturale e violento? e da qual altro principio lo farete voi dependere, salvoché da quell'istesso che ha condotta la palla al centro, e che voi avete chiamato intrinseco e naturale? trovate voi un proiciente esterno, che gli sopraggiunga di nuovo per cacciarla in su. E questo che si dice del moto per il centro, si vede anco quassú da noi: imperocché l'impeto interno di un grave cadente per una superficie declive, se la medesima, piegandosi da basso, si rifletterà in su, lo porterà, senza punto interrompere il moto, anco all'insú. Una palla di piombo pendente da uno spago, rimossa dal perpendicolo, descende spontaneamente, tirata dall'interna inclinazione, e senza interpor quiete trapassa il punto infimo, e senz'altro sopravvegnente motore si muove in su.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VII, *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del Mondo*, dialogo secondo, pp.262]

(D)
SALVIATI: […] A quanto sin qui è considerato circa questi impeti, colpi o vogliam dir percosse, di tali proietti, convien aggiugnere un'altra molto necessaria considerazione: e questa è, che non basta por mente alla sola velocità del proietto per ben determinare della forza ed energia della percossa, ma convien chiamare a parte ancora lo stato e condizione di quello che riceve la percossa, nell'efficacia della quale esso per più rispetti ha gran participazione e interesse. E prima, non è chi non intenda che la cosa percossa intanto patisce violenza dalla velocità del percuziente, in quanto ella se gli oppone, e frena in tutto o in parte il moto di quello: ché se il colpo arriverà sopra tale che ceda alla velocità del percuziente senza resistenza alcuna, tal colpo sarà nullo; e colui che corre per ferir con lancia il suo nimico, se nel sopraggiugnerlo accaderà che quello si muova fuggendo con pari velocità, non farà colpo, e l'azzione sarà un semplice toccare senza offendere. Ma se la percossa verrà ricevuta in un oggetto che non in tutto ceda al percuziente, ma solamente in parte, la percossa danneggerà, ma non con tutto l'impeto, ma solo con l'eccesso della velocità di esso percuziente sopra la velocità della ritirata e cedenza del percosso: sì che, se, v. g., il percuziente arriverà con 10 gradi di velocità sopra 'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4, l'impeto e percossa sarà come di gradi 6. E finalmente, intera e massima sarà la percossa, per la parte del percuziente, quando il percosso nulla ceda, ma interamente si opponga, e fermi tutto 'l moto del percuziente; se però questo può accadere. Ed ho detto *per la parte del percuziente*, perché quando il percosso si movesse con moto contrario verso 'l percuziente, il colpo e l'incontro si farebbe tanto più gagliardo, quanto le 2 velocità contrarie unite son maggiori che la sola del percuziente. Di più, conviene anco avvertire che il ceder più o meno può derivare non solamente dalla qualità della materia più o meno dura, come se sia di ferro, di piombo o di lana etc., ma dalla positura del corpo che riceve la percossa: la qual positura

se sarà tale che 'l moto del percuziente la vadia a investire ad angoli retti, l'impeto del colpo sarà il massimo; ma se 'l moto verrà obbliquamente e, come diciamo noi, a scancìo, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obbliquità; perché in oggetto in tal modo situato, ancor che di materia sodissima, non si spegne e ferma tutto l'impeto e moto del percuziente, il quale, sfuggendo, passa oltre, continuando almeno in qualche parte a muoversi sopra la superficie del resistente opposto. Quando dunque si è di sopra determinato della grandezza dell'impeto del proietto nell'estremità della linea parabolica, si deve intendere della percossa ricevuta sopra una linea ad angoli retti ad essa parabolica o vero alla tangente la parabola nel detto punto; perché, se ben quel moto è composto d'un orizontale e d'un perpendicolare, l'impeto né sopra l'orizontale né sopra 'l piano eretto all'orizonte è il massimo, venendo sopra amendue ricevuto obbliquamente.

SAGREDO: Il ricordar V. S. questi colpi e queste percosse mi ha risvegliato nella mente un problema o vogliam dire questione mecanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, né cosa che mi scemi la maraviglia o al meno in parte mi quieti l'intelletto. E 'l dubbio e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere, l'energia e la forza immensa che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non abbia peso maggiore di 8 o 10 libre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'un grave che, senza percossa, vi faccia impeto, solamente calcando e premendo, benché la gravità di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di questa percossa; la quale non penso però che sia infinita, anzi stimo che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve o di viti o di altri strumenti mecanici, de i quali io a sodisfazione resto capace della multiplicazione della forza loro.

SALVIATI: V. S. non è solo, nella maraviglia dell'effetto e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione, sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico, da esso ricevei doppia consolazione: prima, nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi che, dopo l'avervi in vita sua consumate molte migliara di ore specolando e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuove e per la novità ammirande. E perché ormai so che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri che si allontanano dall'opinabile, non aspetterò la sua richiesta, ma gli do parola che, spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliàn dire stravaganze, che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni dell'Autore.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VIII, *Discorsi intorno a due Nuove Scienze*, pp. 291-293

(E)

Due altri modi, in apparenza diversi dal sopraddetto, par che l'arte abbia ritrovati per poter pure con pochissima forza superar resistenze grandissime. L'uno è l'urto o vogliam dire colpo o la percossa, alla quale par quasi che non sia resistenza che non ceda. L'altro è il fare una, dirò così, conserva e cumulo di forze aggregate insieme: il che si fa quando, imprimendo io la mia forza, che ponghiamo che sia di 10 gradi, in un mobile che me la conservi, torno ad imprimergliene altrattanta, sicché, congiunta co' primi dieci gradi, in quello, si rauneranno nella conserva 100, 200 e mille gradi di virtù, potente a superare resistenze grandissime, contro le quali di niuno effetto era la mia prima virtù di 10 gradi.

Per una tal conserva di forze accomodato esemplo ce ne dà il gravissimo pendolo da voi medesimo adattato alla leva, il quale ricevendo impulsi dalla debolissima forza, facendo di quelli conserva, ne fa un cumulo. E per così dire un capitale, tanto grande, che soprabbondantemente ne può poi andar distribuendo ed applicando a superar resistenze, quali la prima forza non bastava a gran segno di muovere. […]

[…] Sopra queste due esperienze mi par che, con grande accortezza e con sottil ragione, si appoggi il fondamento della vostra macchina: dove si vede il gravissimo pendolo, quasi abbondante conserva di forze, poterne andar dispensando continuamente quella parte e quantità che è necessaria per superare la resistenza del peso che si dee alzare, e di più, servendosi del secondo benefizio degli urti, dopo essersi ritirato indietro, tornare, a guisa di gagliardo ariete, a raddoppiare la percossa e l'impeto. […]

[…] Riducendo la vostra macchina artifiziosa al più semplice disegno ch'io possa, per più chiara esplicazione del mio concetto, figuro questa DAE esser una leva zancata, sospesa nel punto A; dove intorno ad un asse, o vogliam dire un perno, ella sia convertibile, sicché spingendo l'asta maggiore AD verso AF, la zanca AE venga a urtare col termine E in un rampino G, dal quale penda il peso P da esser alzato, il quale peso pongo, per esempio, esser 100 libbre; suppongo poi, l'asta AD esser, v.g., lunga 5 volte più della zanca AE, e la forza che dee muovere pongo minore assai della resistenza del grave P. Sia per tanto equivalente al momento di 5 libre, sicché applicata nel termine D, spingendo verso F, non potrebbe col punto E alzar peso se non minore di 25 libbre, e però impotentissima ad alzar il grave P, supposto esser libbre 100.

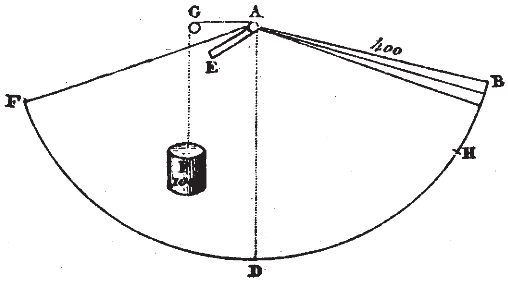
A questa somma impotenza voi soccorrete col sommamente ingravire il braccio della leva AD, convertendolo in un pendolo grave di 400 libbre di peso, o di più ancora, se più ve ne bisogneranno. Apparecchiate queste cose, voi senza errore discorrete, ed in atto pratico osservate, che essendo costituito simil pendolo a piombo secondo il perpendicolo AD, e sostenuto in A con un bilico esquisito, non è forza così piccola, che spignendolo verso la parte F (tolto via il rampino e il peso P) non lo rimuova qualche poco del punto D: e però, applicandovi la supposta forza di 5 gradi, si muoverà alquanto verso F, e lasciato in libertà, ritornerà per sé stesso, oltre al quale passerà poco meno d'altrettanto verso B quanto per l'impulso datogli, era pur ora andato verso F. E perché tale impeto non si è perduto, se coll'istessa virtù di cinque gradi se gli aggiugnerà il secondo impulso, già ne averà 10, e più oltre trapasserà verso F; ed in somma, aggiugnendo impulso sopra impulso 4, 6, 10, 20 volte verremo ad imprimer nel pendolo impeto tale, che ampliando le sue vibrazioni, nello scender dal termine B per l'arco per l'arco BD sarà bastante a sollevare sé stesso, cioè 400 libbre di peso, per altrettanto spazio fino ad F: e tutta questa virtù e impulso è frutto della piccolina forza de' 5 gradi. I quali è manifesto che, continuando gl'impulsi, glie la potrebbero accrescere ancora o almeno perpetuare. Aggiunghiamo adesso il rampino G col peso P di libbra 100: non è da dubitare, che scendendo il pendolo AB pell'arco BD, ed incontrando nel punto D, dove l'impeto suo è il massimo e il moto è il velocissimo, colla zanca AE il rampino G, gli darà l'urto con tale forza, che ben per grande spazio solleverà il peso P delle 100 libbre; e ritornando poi indietro verso B, io a tempo colla replica e giunta de' miei 5 gradi andrò mantenendo in vigore il pendolo e continuando l'opera.

Ora, se il discorso vostro fondamentale procede così, mi si rappresentano alcune difficoltà, che mi muovono a dubitare. E prima, conceduto, del che non dubito, che nel pendolo sia stata fatta una conserva di forza potente a sollevare le sue 400 libbre di peso per tutto l'arco DF, questo accaderà sempre tutta volta però ch'ei non trovi intoppo nel viaggio; ma se passando per D urta colla zanca AE in una resistenza di 100 libbre, ancorché quivi in D sia il sommo vigore della sua forza, pare che pur glie ne debba in parte essere diminuita, cioè, s'io non m'inganno, la ventesima parte. Imperocché, trovandosi il pendolo AB, quando è pervenuto in D, con impeto di alzare le sue 400 libbre sino in F, tal impeto ne alzerebbe colla zanca cinque volte tanto, cioè due mila, per essere posto il braccio AB quintuplo in lunghezza della zanca AE: l'urto dunque nel peso P, che è 100 libbre, detrae 100 dalle due mila, cioè la vigesima parte. Ritorna dunque il pendolo indietro colla vigesima parte manco dell'impeto col quale dianzi si partì, scendendo dal punto B; tal che nella tornata non ricalerà dal punto B, ma da altro H più vicino a D; e l'impeto, che fu come di 400 libbre, verrà ora come di 380, cavandone cioè le venti toltegli dall'urto in G. Bisognerebbe dunque, per ristorar la perdita de' venti gradi d'impeto, restituirgliene altri venti; ma la forza del movente non ne ha da prestare se non cinque; adunque il pendolo, che nella prima scesa dal termine B si partì con tale impeto che arrivando in D si trovava con 400 gra d'impeto, in questo secondo passaggio ne averà solamente 385: de' quali il nuovo urto in G torna a levargliene venti (ché tanti son quelli che son necessari per alzare il peso P), tal che i gradi 385 diventano 365; per lo che tornando indietro il pendolo non risalterà alla medesima altezza H, ma più basso dove il motore gli somministrerà i suoi cinque gradi di forza; sicché, scendendo con 370, alzerà ben per ancora il peso P, ma con perdita di venti gradi di forza: e così continuando in ogni andata la perdita di venti e il ristoro di cinque in breve tempo mancherà l'aiuto di costa del pendolo.

[GALILEO GALILEI, Opere, Vol VIII, *Scritture di data incerta*, pp. 574 – 577]

11.2 *Commento ai testi*

Nei passi (A) - (B) – (C) – (D) riportati più sopra, Galileo avvicina più volte tra loro vari moti periodici, tra i quali riconosce esistere una grande affinità: l'oscillare simmetrico del pendolo, la palla che traversa diametralmente la terra, il grave cadente per una superficie declive, che risale la parte acclive. In tutte le situazioni il "motore" è la gravità, la cui azione produce nella "scesa della palla" una velocità crescente fino ad un massimo e successivamente una simmetrica e proporzionata diminuzione di velocità nel moto ascendente. La gravità agisce con continuità, non istantaneamente: il corpo che cade da fermo, passa per tutti i gradi di tardità, la velocità cresce poco a poco. Ma c'è un modo di produrre una grande salto di velocità, quasi istantaneamente: l'urto, il colpo, la percossa. La forza e l'energia della percossa non è misurata solamente dalla velocità che conferisce al corpo, "ma convien chiamare a parte ancora lo stato e condizione di quello che riceve la percossa". L'effetto è differente se gli si oppone o se invece non fa resistenza. Qui Galileo si addentra in un abbozzo interessante di teoria delle collisioni, mettendo in risalto che quello che importa è la velocità relativa tra i corpi che si urtano:



> "la percossa danneggerà, ma non con tutto l'impeto, ma solo con l'eccesso della velocità di esso percuziente sopra la velocità della ritirata e cedenza del percosso: sì che, se, v. g., il percuziente arriverà con 10 gradi di velocità sopra 'l percosso, il quale, cedendo in parte, si ritiri con gradi 4, l'impeto e percossa sarà come di gradi 6".

L'altro fattore importante è la direzione dell'urto se frontale od obliquo:

> "il ceder più o meno può derivare non solamente dalla qualità della materia più o meno dura, come se sia di ferro, di piombo o di lana etc., ma dalla positura del corpo che riceve la percossa: la qual positura se sarà tale che 'l moto del percuziente la vadia a investire ad angoli retti [*cioè, perpendicolarmente*], l'impeto del colpo sarà il massimo; ma se 'l moto verrà obbliquamente e, come diciamo noi, a scancìo, il colpo sarà più debole, e più e più secondo la maggiore obbliquità".

L'ultimo passo (E), di cui sono stati riportati ampi stralci, tocca più a fondo il problema della conservazione dell'energia, tema già avvicinato nella descrizione delle proprietà dei vari moti oscillanti, dove c'è una visione chiara del rapporto continuo tra posizione verticale, cioè altezza, e velocità. Si tratta della discussione di uno strumento di grandi dimensioni: una leva zancata (cioè terminata con un asta inclinata) a cui è adattato un pendolo gravissimo, che nel disegno è rappresentato dall'asta triangolare in alto a destra, vicino alla quale è scritto 400, che si intendono le libbra del peso (circa 136 kg, poiché una libbra toscana equivale a 0,3395 kg). Nel pendolo è possibile "fare una, dirò così, conserva e cumulo di forze aggregate". Imprimendo successivamente una forza, per esempio, di 10 gradi "e continuando a imprimerne di volta in volta altri 10 e 10, si rauneranno nella conserva 100, 200 e 1000 gradi di virtù potente a superare resistenze grandissime".
È interessante il termine usato da Galileo: "conserva di forze" che è sostanzialmente il titolo del saggio *Über die Erhaltung der Kraft* (Sulla conservazione della forza), in cui nel 1847 Hermann Helmholtz enunciò il principio di conservazione dell'energia. La macchina doveva servire a sollevare pesi grandi, per esempio 100 libbre, e questo era ottenuto facendo urtare la zanca dell'asta contro un "rampino" da cui pendeva il peso, tratteggiato alla sinistra del disegno galileiano.
La fase di accumulazione della forza è costituita da urti successivi, impressi al momento dell'inversione dell'oscillazione, che conferiscono ognuno 5 gradi di forza. Questa fase termina quando il pendolo riesce ad oscillare da B a F.

Solo dopo, si ha l'avvicinamento della macchina al peso da sollevare. L'urto è previsto avvenire quando l'asta ha raggiunto nel suo continuo oscillare il punto D, il più basso, dove la sua velocità è maggiore. L'effetto è quello di sollevare il peso di 100 libbre "per grande spazio". Tuttavia, se il rapporto tra lunghezza dell'asta e lunghezza della zanca è di 5 a 1, nell'urto il pendolo perde 20 gradi di forza e poteva essere risarcito solo dalla forza disponibile, nel caso 5 gradi. Ad ogni oscillazione un urto solleva il peso ma si perdono comlessivamente 15 gradi di forza.

11.3 *Realizzazione*

Si vuole creare una installazione che permetta esperimenti ispirati al testo galileiano. Questo può essere fatto nella maniera seguente.
Una colonna di ottone, alta 2,50 m e con diametro 0.08 m, è sorretta da una base a tre piedi con viti calanti per regolare la sua verticalità. Un tubo uguale, lungo un metro viene inserito traversalmente in cima alla colonna, sporgendo simmetricamente dai due lati. Ad ogni lato della traversa sono inserite due sbarrette, ben distanti tra loro e perpendicolari alla traversa: su ogni sbarretta sono fissate coppie di ganci la cui separazione può essere regolata. Ad ognuna delle coppie di ganci del lato di destra sono attaccati due fili di acciaio (∅ 0.00075 m) che costituiscono la sospensione bifilare di due identiche sfere cave di bronzo (∅ 0,0083 m). La distanza tra le due coppie di ganci, a cui sono attaccate le sospensioni bifilari, è regolata in maniera che le sfere si sfiorano e le sospensioni bifilari sono perfettamente verticali. Nelle sfere sono inseriti i laser come quelli descritti nell'installazione precedente. I laser, durante le oscillazioni, servono come indicatori degli spostamenti, che vengono letti su una sottostante scala millimetrata, poco al di sotto delle sfere.
Nel lato di sinistra vi sono ugualmente due pendoli, solo che i diametro delle sfere di bronzo sono tra loro differenti: una sfera ha il diametro di 0.0738 m e l'altra ha il diametro di 0,10065 m. Un'altra sfera, identica alle precedenti, può essere appesantita con pallini di piombo, per studiare l'urto di masse differenti con volumi uguali

11.4 *Primo esperimento: urto tra sfere uguali, (lato di destra dell'installazione)*

Una sfera rimane nella posizione di quiete, l'altra sfera viene allontanata fino a una posizione prefissata, indicata dalla posizione del punto luminoso del laser sulla scala sottostante millimetrata. Si lascia questa sfera. Al momento dell'urto la sfera si ferma nella posizione dell'altra, mentre la sfera colpita sale fino a raggiungere l'altezza da cui proveniva la prima. Questa altezza viene letta osservando la posizione raggiunta dal punto luminoso nella scala sottostante. Dopo, si osserverà un continuo ripetersi di urti, in cui il pendolo in moto si ferma nella posizione verticale e quello in quiete sale.
Le ampiezze andranno man mano diminuendo. Questa esperienza permette di misurare esattamente la forza della percossa, che metteva in moto simultaneamente le due sfere nell'esperimento della precedente installazione.

11.5 *Secondo esperimento: urto tra sfere uguali di massa diversa o tra sfere differenti (lato di sinistra dell'installazione).*

Prima fase.

L'inizio è in tutto simile al precedente, ma i risultati che ne seguono sono differenti.
Se si inizia con la sfera **A** (quella più pesante o di maggiore diametro, ∅ 0,10065 m), portandola ad una altezza determinata, quindi lasciandola libera di scendere. Con l'urto la sfera non si fermerà, ma proseguirà il suo moto. Le altezze raggiunte dalle due sfere **A** e **B** dovrebbero essere rispettivamente:

$$h'_A = h_A(m_A - m_B)^2 / (m_B + m_A)^2$$

$$h'_B = 4h_A m^2_A / (m_B + m_A)^2$$

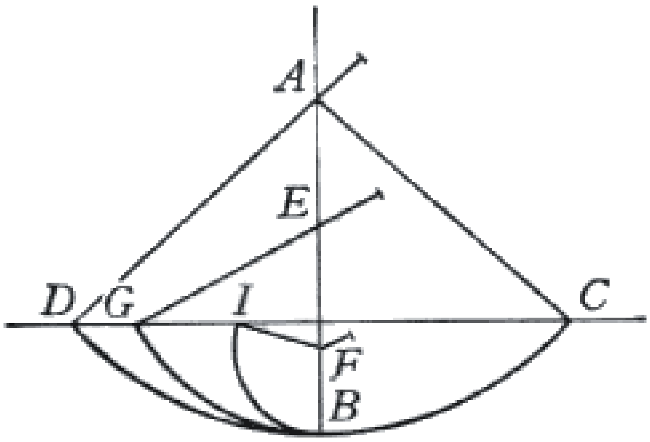
Se $m_B = m_A$ si avrebbe, come già abbiamo visto nell'esperimento precedente, $h'_A = 0$ e $h'_B = h_A$.
E' interessante notare che $h'_B/4m^2_A = h'_A/(m_A + m_B)^2$ e quindi se $m_B < m_A$ si ottiene che $h'_B > h'_A$
Se invece $m_B > m_A$ poiché $h'_B > h'_A$ è impossibile, segue che **A** trascina B all'altezza comune … e poi rimarranno attaccate

Seconda fase ($m_B < m_A$)

La sfera B, dopo il primo urto, salirà fino all'altezza massima h'_B e poi comincerà a scendere. Dato però che la sfera B ha una ampiezza di oscillazione maggiore della sfera A, B non potrà completare l'oscillazione, perché dovrebbe oltrepassare A, quindi A e B dovranno urtarsi nuovamente e, dato che hanno lo stesso periodo, l'urto dovrà avvenire nello stesso punto, il più basso, dove entrambe hanno la massima velocità.

12. IL PENDOLO INTERROTTO

12.1 *Testo*



[…] Figuratevi, questo foglio essere una parete eretta all'orizonte, e da un chiodo fitto in essa pendere una palla di piombo d'un'oncia o due, sospesa dal sottil filo *AB*, lungo due o tre braccia, perpendicolare all'orizonte, e nella parete segnate una linea orizontale *DC*, segante a squadra il perpendicolo *AB*, il quale sia lontano dalla parete due dita in circa; trasferendo poi il filo *AB* con la palla in *AC*, lasciate essa palla in libertà: la quale primieramente vedrete scendere descrivendo l'arco *CBD*, e di tanto trapassare il termine *B*, che, scorrendo per l'arco *BD*, sormonterà sino quasi alla segnata parallela *CD*, restando di pervenirvi per piccolissimo intervallo, toltogli il precisamente arrivarvi dall'impedimento dell'aria e del filo; dal che possiamo veracemente concludere, che l'impeto acquistato nel punto *B* dalla palla, nello scendere per l'arco *CB*, fu tanto, che bastò a risospingersi per un simile arco *BD* alla medesima altezza.

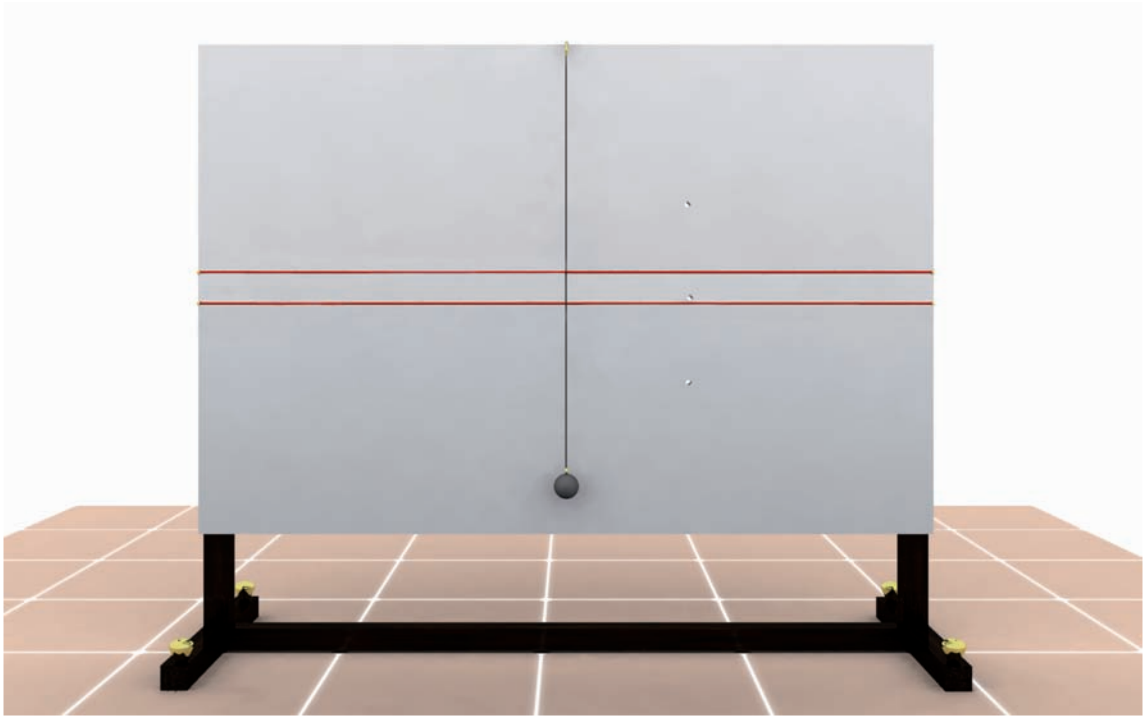
Fatta e più volte reiterata cotale esperienza, voglio che ficchiamo nella parete, rasente al perpendicolo *AB*, un chiodo, come in *E* o vero in *F*, che sporga in fuori cinque o sei dita, e questo acciò che il filo *AC*, tornando, come prima, a riportar la palla *C* per l'arco *CB*, giunta che ella sia in *B*, intoppando il filo nel chiodo *E*, sia costretta a camminare per la circonferenza *BG*, descritta intorno al centro *E*; dal che vedremo quello che potrà far quel medesimo impeto che, dianzi, concepito nel medesimo termine *B*, sospinse l'istesso mobile per l'arco *BD* all'altezza della orizontale *CD*. Ora, Signori, voi vedrete con gusto condursi la palla all'orizontale nel punto *G*, e l'istesso accadere se l'intoppo si mettesse più basso, come in *F*, dove la palla descriverebbe l'arco *BI*, terminando sempre la sua salita precisamente nella linea *CD*; e quando l'intoppo del chiodo fusse tanto basso che l'avanzo del filo sotto di lui non arrivasse all'altezza di *CD* (il che accaderebbe quando fusse più vicino al punto *B* che al segamento dell'*AB* con l'orizontale *CD*), allora il filo cavalcherebbe il chiodo e se gli avvolgerebbe intorno. Questa esperienza non lascia luogo di dubitare della verità del supposto: imperò che, essendo li due archi *CB*, *DB* eguali e similmente posti, l'acquisto di momento fatto per la scesa nell'arco *CB* è il medesimo che il fatto per la scesa dell'arco *DB*; ma il momento acquistato in *B* per l'arco *CB* è potente a risospingere in su il medesimo mobile per l'arco *BD*; adunque anco il momento acquistato nella scesa *DB* è eguale a quello che sospigne l'istesso mobile per il medesimo arco da *B* in *D*; sì che, universalmente, ogni momento acquistato per la scesa d'un arco è eguale a quello che può far risalire l'istesso mobile per il medesimo arco: ma i momenti tutti che fanno risalire per tutti gli archi *BD*, *BG*, *BI* sono eguali, poiché son fatti dall'istesso medesimo momento acquistato per la scesa *CB*, come mostra l'esperienza; adunque tutti i momenti che si acquistano per le scese ne gli archi *DB*, *GB*, *IB* sono eguali.

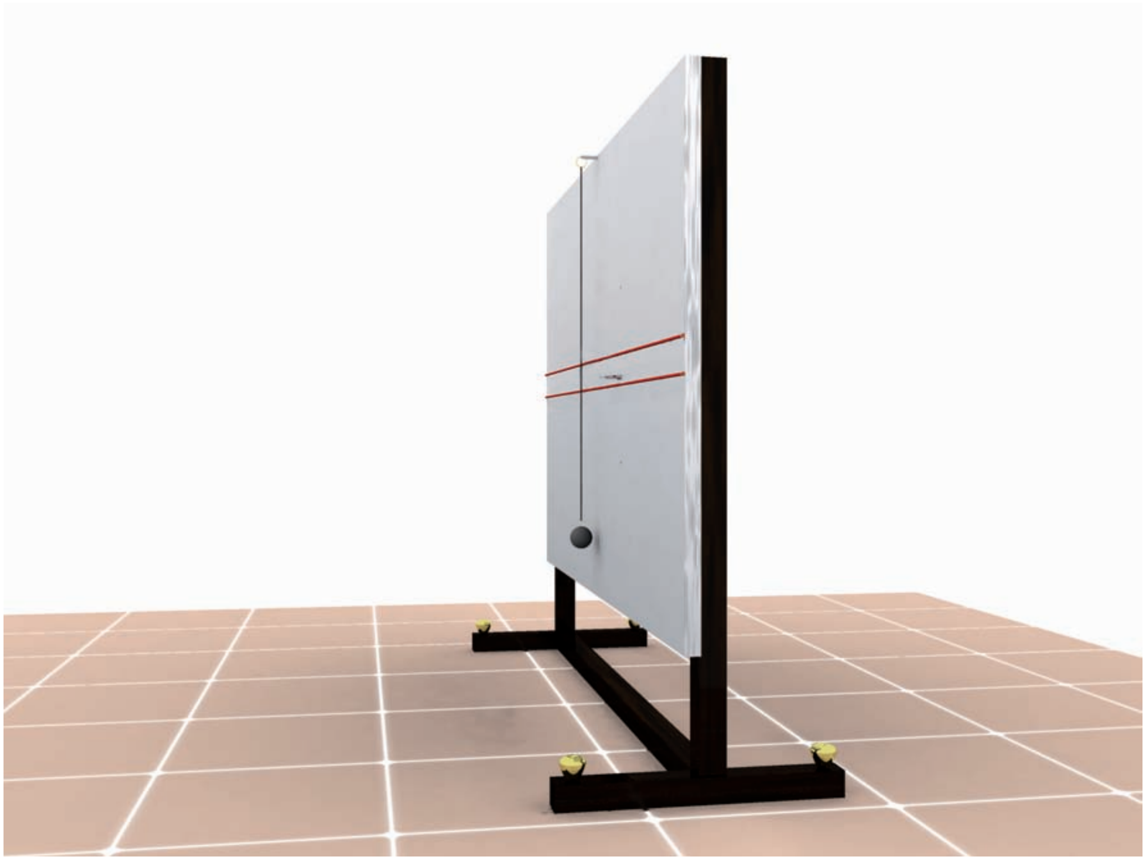
12.2 *Realizzazione*

Si costruisce un murale, del tipo di quello a cui è applicato il grande quadrante astronomico dei Sisson. Il pendolo è unifilare, con sospensione di filo armonico, diametro 0,75 mm. Lungo la linea verticale di riposo del pendolo, si aprono alcuni fori a varie distanze, nei quali possono essere inseriti perni a battuta con vite a farfalla posteriore per il fissaggio.

12.3 *Esperimenti*

Gli esperimenti sono quelli descritti da Galileo.





13. IL CRONOGRAFO AD ACQUA, ESATTO MISURATORE DEL TEMPO

13.1 *Testi*

Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiero per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano d'un notabil momento[47].

Resta hora che troviamo la quantità del tempo delle scese per il canale. Ciò otterremo dalla ammirabile proprietà del pendolo, che è di fare tutte le sue vibrationi, grandi o piccole, sotto tempi eguali. Si ricerca, pro una vice tantum, che dua, tre o quattro amici curiosi e pazienti, havendo appostata una stella fissa che risponda contro a qualche segno stabile, preso un pendolo di qualsivoglia lunghezza, si vadano numerando le sue vibrationi per tutto il tempo del ritorno della medesima fissa al primo luogo; e questo sarà il numero delle vibrationi di 24 hore. Dal numero di queste potremo ritrovare il numero delle vibrationi di qualsivoglino altri pendoli minori e minori a nostro piacimento; si che se, vgr., le numerate da noi nelle 24 hore fossero state, vgr., 234 567, pigliando un altro pendolo più breve, col quale uno numeri, per esempio, 800 vibrationi mentre che l'altro numerasse 150 delle maggiori, già havremo per la regola aurea il numero delle vibrationi di tutto il tempo delle 24 hore: e se con queste vibrationi vorremo sapere il tempo della scesa per il canale, potremo con la medesima agevolezza ritrovare non solo i minuti primi, secondi e terzi, ma quarti e quinti, e quanto più ci piacerà. Vero è che noi potremo passare a più esatte misure con havere veduto et osservato qual sia il flusso dell'acqua per un sottile cannello, perchè raccogliendola, et havendo pesata quanta ne passa, vgr., in un minuto, potremo poi, col pesare la passata nel tempo della scesa per il canale, trovare l'esattissima misura e quantità di esso tempo, servendoci massime di una bilancia così esatta che tira ad un sessantesimo di grano[48].

13.2 *Realizzazione*

La struttura portante è un tubo di ottone (diametro 5 cm, altezza 194 cm), inserito in un treppiede con viti calanti. In alto, il tubo continua in direzione orizzontale per 38 cm terminando con un gancio. Una piastra in ottone (quadrata, di lato 30 cm, con un foro centrale di 25 cm di diametro) è appesa al gancio per mezzo di quattro catenelle regolabili, lunghe 45 cm. Nel foro della piastra è inserito un *gran vaso* cilindrico in acciaio inossidabile (diametro 24 cm, alto 20 cm). Alla base del recipiente, nel centro, è fissato un rubinetto, nel quale è possibile inserire un riduttore di ottone. Per variare la portata dell'acqua sono disponibili alcuni riduttori di differente diametro (foro centrale, rispettivamente, 1-1.5, 2, 3, 4 e 5 mm).

Un pendolo bifilare è sospeso in alto, insieme ad un'asta libera di ruotare per gravità, per mettere *a piombo* l'intera struttura. Sulla colonna è fissata una piastra in ottone sulla quale è stata incisa una scala radiale che permette di valutare gli spostamenti angolari del pendolo rispetto alla verticale fino a 25 gradi.

---

47 G.G. VIII, *Discorsi sopra due nuove scienze*, pp.

48 G.G. XVIII pp. 75-79. Lettera di Galileo a Giovan Battista Baliani del 1 agosto 1639.

Sulla colonna sono fissati due supporti. All'estremità del primo di essi è incernierato un piccolo asse di legno, utilizzato in alcuni esperimenti per segnalare l'arrivo del pendolo nella posizione verticale. Il secondo supporto regge un piatto, sul quale poggia un recipiente, per raccogliere l'acqua uscente dal *gran vaso* per tutto il tempo in cui si attiva l'orologio. Un ultimo supporto, vicino al treppiede, termina con un gancio sul quale viene attaccato un peso opportuno, per fare equilibrio all'acqua quando il *gran vaso* viene riempito. Il contrappeso è un cilindro di piombo di diametro e altezza pari a 11 cm.

13.3 *Esperimento*

Si può verificare la precisione dell'orologio ad acqua, confrontando il risultato della misura di uno stesso intervallo di tempo, eseguita contemporaneamente con un cronometro digitale e con il metodo galileiano del raccogliere e pesare l'acqua fuoriuscita.
Il *gran vaso* è riempito d'acqua fino ad una certa altezza. Al di sotto, vi è un recipiente per ricevere l'acqua quando si apre il rubinetto. Seguendo le istruzioni presenti sul monitor, che ricalcano esattamente quelle date da Galileo, se non è già stato fatto, per prima cosa si deve tarare l'*orologio ad acqua*. Questa operazione consiste nel determinare il *tempo* dell'orologio, dato dal rapporto costante tra quantità d'acqua che esce e il tempo in cui ciò avviene. Galileo si serviva di una bilancia che tirava al sessantesimo di grano che è meno di un milligrammo[49] e di un pendolo di cui conosceva esattamente il periodo, una ben determinata frazione del giorno sidereo.
Nell'esperimento attuale si usa una bilancia elettronica che misura il milligrammo, collegata al computer, in cui immette direttamente i dati delle pesate, e un cronometro digitale, lo stesso che sarà usato per la valutazione della precisione dell'orologio ad acqua. Naturalmente, anche per questo si può usare il pendolo, presente nel supporto dell'orologio ad acqua, a cui si può dare una precisione considerevole, se la misura del periodo è fatta contando il numero di oscillazioni nelle 24 ore. L'uso dell'orologio elettronico per la taratura è solo una questione di pura comodità.
Per la taratura si raccoglie abbastanza acqua, facendo durare abbastanza l'operazione: almeno dieci volte la durata media delle misure che si pensa di dover fare. La scelta del riduttore deve tener conto dell'esigenza di non alterare molto il livello dell'acqua, perché si avrebbero effetti sulla costanza della portata. Si pesa l'acqua raccolta e s'inserisce il tempo di fuoriuscita, misurato con il cronometro. Si inseriscono i risultati nel computer e si ripete alcune volte l'operazione. Il computer costruisce il grafico delle misure e memorizza la media delle portate.
A questo punto l'apparato è diventato in un cronometro registratore e si può controllare la sua precisione. Si inizia con la procedura impostata per escludere il peso del bicchiere dalle pesate successive: il computer chiede di appoggiare il bicchiere vuoto sulla bilancia e il programma automaticamente esclude il peso così registrato dalle misure che seguiranno.
Si continua così: dopo aver aperto il rubinetto e stabilito il flusso dell'acqua, s'inserisce con una mano il bicchiere sotto il getto d'acqua e contemporaneamente, con prestezza, si preme con l'altra mano il pulsante del cronometro, in maniera che i due atti siano tra loro simultanei. Raccolta una certa quantità d'acqua, si toglie il bicchiere da

[49] Un grano nel sistema di pesi del granducato di Toscana equivale a 49 milligrammi attuali.

sotto il getto e nello stesso tempo si preme il bottone che ferma il cronometro digitale. A questo punto la misura del tempo sul cronometro è direttamente leggibile sul suo display. Se si appoggia il bicchiere con l'acqua sopra la bilancia elettronica, il tempo misurato dall'*orologio ad acqua* è visibile sul monitor del computer. Le misure spesso coincidono al centesimo di secondo, e questo perché non ci sono tempi di reazione sensibilmente diversi tra mano destra e mano sinistra, quando il nostro cervello comanda che si muovano insieme. Si pensi alla precisione con cui un pianista suona, muovendo le mani in tal successione o contemporaneità di suoni, che l'orecchio più sensibile non coglie ritardi.

Alla fine di ogni misurazione, l'acqua raccolta nel bicchiere dello sperimentatore e quella caduta nel recipiente sottostante verranno versate nel *gran vaso* per non alterare la taratura iniziale.

14. VALUTAZIONE DELL'ALTEZZA DI UNA CORDA CON IL PENDOLO

14.1 *Testo*

Sagr. Adunque, se io ho ben inteso, potrò speditamente sapere la lunghezza d'una corda pendente da qualsivoglia grandissima altezza, quando bene il termine sublime dell'attaccatura mi fusse invisibile e solo si vedesse l'altro estremo basso. Imperò che, se io attaccherò qui da basso un assai grave peso a detta corda e farò che si vada vibrando in qua e in là, e che un amico vadia numerando alcune delle sue vibrazioni e che io nell'istesso tempo vadia parimente contando le vibrazioni che farà un altro mobile appeso a un filo di lunghezza precisamente d'un braccio, da i numeri delle vibrazioni di questi pendoli, fatte nell'istesso tempo, troverò la lunghezza della corda: come, per esempio, ponghiamo che nel tempo che l'amico mio abbia contate venti vibrazioni della corda lunga, io ne abbia contate dugenquaranta del mio filo, che è lungo un braccio; fatti i quadrati delli due numeri venti e dugenquaranta, che sono 400 e 57600, dirò, la lunga corda contener 57600 misure di quelle che il mio filo ne contien 400; e perché il filo è un sol braccio, partirò 57600 per 400, che ne viene 144; e 144 braccia dirò esser lunga quella corda.

14.2 *Realizzazione*

Un peso è attaccato ad un filo di acciaio molto lungo. Lo strumento per misurare la lunghezza del filo è un pendolo, con lunghezza di un metro, che termina in un manico per tenerlo in mano. Come massa pendolare si può utilizzare la massa di un normale filo a piombo.

14.3 *Esperimento*

Seguendo le istruzioni di Galileo, si spinge il peso, per farlo oscillare ed al momento in cui inizia una oscillazione, e quindi si ferma nel punto di conversione, si lascia andare il pendolo di un metro. Uno spettatore conta le oscillazioni lente del pendolo grande e la guida scientifica conta le oscillazioni del pendolo lungo un metro. Quando lo spettatore è arrivato ad un numero congruo di oscillazioni (12-15 circa) segnala opportunamente la fine dell'ultima oscillazione e la guida dice quante oscillazioni ha fatto il metro. La misura è giunta al termine: basta adesso dividere il numero delle oscillazioni dei due pendoli ed estrarre la radice quadrata. Si ha direttamente la lunghezza del filo d'acciaio in metri.

15. IL PRINCIPIO DI RELATIVITÀ

15.1 *Testi*

Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; siavi anco un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non piú gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder cosí, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con piú forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le gocciole cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con piú fatica noteranno verso la precedente che verso la sussequente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nugoletta trattenervisi, e indifferentemente muoversi non piú verso questa che quella parte. E di tutta questa corrispondenza d'effetti ne è cagione l'esser il moto della nave comune a tutte le cose contenute in essa ed all'aria ancora, che per ciò dissi io che si stesse sotto coverta; ché quando si stesse di sopra e nell'aria aperta e non seguace del corso della nave, differenze piú e men notabili si vedrebbero in alcuni de gli effetti nominati: e non è dubbio che il fumo resterebbe in dietro, quanto l'aria stessa; le mosche parimente e le farfalle, impedite dall'aria, non potrebber seguir il moto della nave, quando da essa per spazio assai notabile si separassero; ma trattenendovisi vicine, perché la nave stessa, come di fabbrica anfrattuosa, porta seco parte dell'aria sua prossima, senza intoppo o fatica seguirebbon la nave, e per simil cagione veggiamo tal volta, nel correr la posta, le mosche importune e i tafani seguir i cavalli, volandogli ora in questa ed ora in quella parte del corpo; ma nelle gocciole cadenti pochissima sarebbe la differenza, e ne i salti e ne i proietti gravi, del tutto impercettibile[50].

Nella maggior stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio riserratevi con qualche amico, e quivi fate di aver mosche, farfalle e simili animaletti volanti; pigliatevi anco un gran vaso con acqua, e dentrovi de' pescetti; accomodate ancora qualche vaso alto che vada gocciolando in un altro basso e di angusta gola: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come mquelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza, i pesci, gli vedrete andar vagando indifferentemente verso qual si voglia parte delle sponde del vaso; le stille cadenti entreranno

[50] G.G. VII, *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, pp. 212-214.

tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico vostro alcuna cosa, non più gagliardemente la dovrete gettar verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando, come si dice, a pioè giunti eguali spazi passerete verso tutte le parti. Osservate che averete bene tutte queste cose, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; ché (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e 'n là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutte le nominate cose, né da alcuna di quelle, né meno da cosa che sia in voi stesso, potrete assicurarvi se la nave cammina o pure sta ferma; voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né, perché la nave si muova velocissimamente, farete voi maggiori salti verso la poppa che verso la prua, ben che, nel tempo che voi state in aria, il tavolato scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando un frutto all'amico, non con più forza bisognerà gettarglielo, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso la poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le gocce cadranno nel vaso inferiore senza restarne pur una verso poppa, ancor che, mentre la goccia è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella loro acqua non più fatica dureranno per notare verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza andranno a prender il cibo ch voi gli metterete su qual si voglia parte dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche dureranno a volare indifferentemente verso tutte le parti, né si ridurranno mai a ritirarsi verso la parte che risguarda la poppa, quasi che le fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo esse saranno state separate, cioè mentre restarono sospese in aria; e se abbruciando alcuna lagrimetta d'incenso farete un poco di fumo, vedrete quello ascendere in alto e quivi trattenersi, ed a guisa di nugoletta indifferentemente muoversi non più verso questa che quella parte. E se voi di tutti questi effetti mi domanderete la cagione, vi risponderò per ora: "perché il moto universale della nave, essendo comunicato all'aria ed a tutte quelle cose che in essa vengono contenute, e non essendo contrario alla naturale inclinazione di quelle, inj loro indelebilmente si conserva"; altra volta poi ne sentirete risposte particolari e diffusamente spiegate. Or, quando voi abbiate vedute tutte queste esperienze, e come questi movimenti, ben che accidentarii ed avventizii, ci si mostrano i medesimi appunto così quando la nave si muova quanto se ella stia ferma, non lascerete voi ogni dubbio che l'istesso deva accadere intorno al globo terrestre, tutta volta che l'aria vadia insieme con quello ? e tanto più ancora, quanto quel moto universale, che nella nave è accidentario, noi lo ponghiamo, in Terra e nelle cose terrestri, come suo naturale e proprio. Aggiungnete di più, che nella nave noi, ben che cento volte abbiamo provato a farla muovere e a farla star ferma, né però mai abbiamo potuto imparare a conoscere dalle cose interne quello ch'ella faccia: come sarà possibile conoscer questo nella Terra, la quale noi abbiamo auta sempre in un medesimo stato? [51]

15.2 *Realizzazione*

La cabina ha la forma di una vetrina con pareti laterali apribili e trasparenti, ed è costituita da una struttura a forma di parallelepipedo. La vetrina è appoggiata sopra un carrello munito di ruote che si sposta su un binario, tirato da due opposti cavi, che si arrotolano e si srotolano, per farle fare un percorso avanti-indietro nelle due direzioni.
Tra gli esperimenti che hanno luogo nella cabina e che dimostrano l'indistinguibilità tra due riferimenti in moto relativo uniforme, sono indicati da Galileo: a) "un gran vaso d'acqua e dentrovi de' pescetti", b) "qualche secchiello che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca che sia posto in basso", c) "saltando voi, come si dice, a pie' giunti" (sostituibile con un altro artificio equivalente), d) "se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto"; ecc. Si potrebbe aggiungere un filo a piombo, il quale nella fase acceleratrice acquista un movimento all'indietro e nella fase successiva di moto uniforme comincia ad oscillare con regolarità.

[51] G.G., vol. VI, *Lettera a Francesco Ingoli in risposta alla* Disputatio de situ et quiete terrae, pp. 547-549.

15.3 *L'esperimento*

Prima fase: all'inizio del percorso la cabina è ferma. Agli spettatori vengono fatti osservare alcuni eventi sia in moto (pescetti, caduta di gocce, fumo d'incenso) sia statiche (filo a piombo).
Seconda fase: la cabina passa in un solo secondo da zero alla velocità uniforme di 2 m/s(accelerazione costante: g/5).
In questo primo percorso: il fumo e il pendolo, si inclinano nel verso opposto al moto; le gocce cadono fuori del vaso sottostante.
Terza fase: la cabina mantiene una velocità di crociera costante pari a 2 m/s, percorrendo 8/10 metri. I fenomeni ritornano ad essere uguali a quelli della prima fase, quando la cabina era ferma.
Quarta fase: la cabina decelera uniformemente, fermandosi in un secondo. Si osservano gli stessi fenomeni della seconda fase, ma adesso sono di verso opposto.
Quinta fase. La cabina rimane ferma all'estremo del percorso. Si ristabilisce la normalità dei fenomeni.

16. GRANDE BILANCIA PER LO STUDIO DELLA FORZA DELLA PERCOSSA

16.1 *Testi*

Nella “Mechanica”, allora attribuita ad Aristotele[52], la *Quaestio XVIII* tratta l’argomento della percossa, attribuendo alla velocità impressa all’accetta l’effetto sul legno perché, quando viene solo appoggiata, non riesce a penetrarvi anche ponendo un gran peso sopra di essa.

> Perché, se si pone una grande scure sopra un ceppo di legno ed un grosso peso su di essa, la scure non spezza il legno in modo considerevole; ma se si alza la scure e con essa lo si colpisce, il legno si spacca a metà, anche nel caso che la scure che percuote abbia un peso molto inferiore rispetto ad un peso che sia posto sopra e che faccia pressione su di essa?
> Non forse perché tutte le operazioni sono fatte con moto, ed un grave prende maggiormente il moto del suo peso quando è in movimento rispetto a quando è in quiete? Dunque, se si limita a star sopra, la scure non si muove secondo questo moto del suo peso; ma se invece si muove, si muove secondo questo moto e secondo il moto del percussore. Inoltre la scure diventa un cuneo. Ma il cuneo quantunque sia piccolo, scinde grandi corpi per il fatto che esso consiste di due leve fissate insieme in modo opposto tra di loro.

Galileo affrontò una prima volta l’argomentazione di Aristotele in un breve passo della sua *Mecanica*, che si intitola *Della forza della percossa*.

> L’investigare qual sia la causa della forza della percossa è per più cagioni grandemente necessario. E prima, perché in essa apparisce assai più del maraviglioso di quello, che in qualunque altro stromento meccanico si scorga, atteso che, percotendosi sopra un chiodo da ficcarsi in un durissimo legno, o vero sopra un palo che debbia penetrare dentro in terreno ben fisso, si vede, per la sola virtù della percossa, spingersi e l’uno e l’altro avanti; onde senza quella, mettendosi sopra il martello, non pure non si muoverà, ma quando anco bene vi fosse appoggiato un peso molte e molte volte nell’istesso martello più grave: effetto veramente maraviglioso, e tanto più degno di speculazione, quanto, per mio avviso, niuno di quelli, che sin qui ci hanno intorno filosofato, ha detto cosa che arrivi allo scopo; il che possiamo pigliare per certissimo segno ed argumento della oscurità e difficoltà di tale speculazione. Perché ad Aristotile o ad altri che volessero la cagione di questo mirabile effetto ridurre alla lunghezza del manubrio o manico del martello, parmi che, senza altro lungo discorso, si possa scoprire l’infermità delli loro pensieri dall’effetto di quei stromenti, che, non avendo manico, percotono o col cadere da alto a basso, o coll’esser spinti con velocità per traverso. Dunque ad altro principio bisogna che ricorriamo, volendo ritrovare la verità di questo fatto. Del quale benché la cagione sia alquanto di sua natura obstrusa e difficile a esplicazione, tuttavia anderemo tentando, con quella maggior lucidezza che potremo, di render chiara e sensibile; mostrando finalmente, il principio ed origine di questo effetto non derivar da altro fonte, che da quello stesso onde scaturiscono le ragioni d’altri effetti meccanici.

[52] Dopo essere state per molto tempo attribuite ad un qualche discepolo di Aristotele, adesso si torna a credere che le *Quaestiones Mechanicae* siano dello stesso Aristotele. Per questa interpretazione e per la traduzione si veda: ARISTOTELE, Problemi meccanici, a cura di M.E. Bottecchia Dehò, Rubbettino ed., 2000, Soveria Mannelli (Catanzaro).

E questo sarà co 'l ridurci inanzi gli occhi quello, che in ogni altra operazione meccanica s'è veduto accadere: cioè che la forza, la resistenza ed il spazio, per lo quale si fa il moto, si vanno alternamente con tal proporzione seguendo, e con legge tale rispondendo, che resistenza eguale alla forza sarà da essa forza mossa per egual spazio e con egual velocità di quella che essa si muova. Parimente, forza che sia la metà meno di una resistenza potrà muoverla, purché si muova essa con doppia velocità, o, vogliam dire, per distanza il doppio maggiore di quella che passerà la resistenza mossa. Ed in somma s'è veduto in tutti gli altri stromenti, potersi muovere qualunque gran resistenza da ogni data picciola forza, purché lo spazio, per il quale essa forza si muove, abbia quella proporzione medesima allo spazio, per il quale si moverà la resistenza, che tra essa gran resistenza e la picciola forza si ritrova, e ciò esser secondo la necessaria constituzione della natura. Onde, rivolgendo il discorso ed argumentando per lo converso, qual meraviglia sarà, se quella potenza, che moveria per grande intervallo una picciola resistenza, ne spingerà una cento volte maggiore per la centesima parte di detto intervallo? Niuna per certo: anzi quando altrimente fosse, non pure saria assurdo, ma impossibile.
Consideriamo dunque quale sia la resistenza all'esser mosso nel martello in quel punto dove va a percuotere, e quanto, non percotendo, dalla forza ricevuta saria tirato lontano; ed in oltre, quale sia la resistenza al muoversi di quello che percuote, e quanto per una tal percossa venga mosso: e trovato come questa gran resistenza va avanti per una percossa, tanto meno di quello che anderebbe il martello cacciato dall'empito di chi lo muove, quanto detta gran resistenza è maggiore di quella del martello, cessi in noi la meraviglia dell'effetto, il quale non esce punto da i termini delle naturali constituzioni e di quanto s'è detto. Aggiungasi, per maggior intelligenza, l'essempio in termini particolari. È un martello, il quale, avendo quattro di resistenza, viene mosso da forza tale, che, liberandosi da essa in quel termine dove fa la percossa, anderia lontano, non trovando l'intoppo, dieci passi; e viene in detto termine opposto un gran trave, la cui resistenza al moto è come quattromila, cioè mille volte maggiore di quella del martello (ma non però è immobile, sì che senza proporzione superi la resistenza del martello): però, fatto in esso la percossa, sarà ben spinto avanti, ma per la millesima parte delli dieci passi, ne i quali si saria mosso il martello. E così, riflettendo con metodo converso quello che intorno ad altri effetti meccanici s'è speculato, potremo investigare la ragione della forza della percossa.
So che qui nasceranno ad alcuni delle difficoltà ed instanze, le quali però con poca fatica si torranno di mezzo; e noi le rimetteremo volontariamente tra i problemi meccanici, che in fine di questo discorso si aggiungeranno.

Galileo approfondirà l'argomento in maniera assai più ampia nella cosiddetta sesta giornata dei *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove Scienze*. Sappiamo che Galileo riuscì a pubblicare solo una parte dei *Discorsi* nel 1638 avendo consegnato ai suoi editori, gli Elzeviri di Leida solo le prime quattro giornate. Nell'ultima aveva scritto:

Sagr. Il ricordar V. S. questi colpi e queste percosse mi ha risvegliato nella mente un problema o vogliam dire questione mecanica, della quale non ho trovato appresso autore alcuno la soluzione, né cosa che mi scemi la maraviglia o al meno in parte mi quieti l'intelletto. E 'l dubbio e lo stupor mio consiste nel non restar capace onde possa derivare, e da qual principio possa dependere, l'energia e la forza immensa che si vede consistere nella percossa, mentre col semplice colpo d'un martello, che non abbia peso maggiore di 8 o 10 libre, veggiamo superarsi resistenze tali, le quali non cederanno al peso d'un grave che, senza percossa, vi faccia impeto, solamente calcando e premendo, benché la gravità di quello passi molte centinaia di libre. Io vorrei pur trovar modo di misurar la forza di questa percossa; la quale non penso però che sia infinita, anzi stimo che ella abbia il suo termine da potersi pareggiare e finalmente regolare con altre forze di gravità prementi, o di leve o di viti o di altri strumenti mecanici, de i quali io a sodisfazione resto capace della multiplicazione della forza loro.
Salv. V. S. non è solo, nella maraviglia dell'effetto e nella oscurità della cagione di così stupendo accidente. Io vi pensai per alcun tempo in vano, accrescendo sempre la confusione, sin che finalmente, incontrandomi nel nostro Academico, da esso ricevei doppia consolazione: prima, nel sentire come egli ancora era stato lungo tempo nelle medesime tenebre; e poi nel dirmi che, dopo l'avervi in vita sua consumate molte migliara di ore specolando e filosofando, ne aveva conseguite alcune cognizioni lontane dai nostri primi concetti, e però nuove e per la novità ammirande. E perché ormai so che la curiosità di V. S. volentieri sentirebbe quei pensieri che si allontanano dall'opinabile, non aspetterò la sua richiesta, ma gli do parola che, spedita che avremo la lettura di questo trattato de i proietti, gli spiegherò tutte quelle fantasie, o vogliàn dire stravaganze, che de i discorsi dell'Accademico mi son rimaste nella memoria. In tanto seguitiamo le proposizioni

dell'Autore.

Sagr. Concorro col parere di V. S., perché da diversi ragionamenti auti con amici intrinseci del nostro Accademico ho ritratto, questa materia della forza della percossa essere oscurissima, né di quella sin ora esserne, da chiunque ne ha trattato, penetrato i suoi ricetti, pieni di tenebre ed alieni in tutto e per tutto dalle prime immaginazioni umane; e tra le conclusioni sentite profferire me ne resta in fantasia una stravagantissima, cioè che la forza della percossa è interminata, per non dir infinita. Aspetteremo dunque la commodità del Sig. Salviati. Ma intanto dicami che materie sono queste, che si veggono scritte dopo il trattato de i proietti.

Ma dopo aver parlato dei proiettili Salviati conclude con una promessa:

SALVIATI: Assai per questo giorno ci siamo occupati nelle contemplazioni passate: l'ora, che non poco è tarda, non ci basterebbe a gran segno per disbrigarci dalle nominate materie; però differiremo il congresso ad altro tempo più opportuno.

Purtroppo, divenuto completamente cieco, Galileo non ebbe più tempo e forze per preparare una nuova edizione e solo nella edizione fiorentina delle Opere[53] venne pubblicato un frammento di dialogo, che doveva formare il principio della quinta giornata: *Della forza della percossa*, che poi divenne sesta, in quanto fu posposta ad un'altra dal titolo *Sopra le definizioni delle proporzioni d'Euclide*. In questo frammento appare un nuovo personaggio che Sagredo presenta così:

SAGREDO: Questo gentiluomo che qui vede, è il Sig. Paolo Aproino, nobile Trivisano, stato non solamente uditore del nostro Accademico [*Galilei*], mentre lesse in Padova, ma suo intrinsechissimo familiare e di lunga e continuata conversazione, nella quale insieme con altri […] intervenne in particolare a gran numero di esperienze che intorno a diversi problemi, in casa esso Accademico, si facevano. Ora, essendo circa dieci giorni fa venuto questo signore a Venezia e, conforme al suo solito, a visitarmi, sentendo come aveva appresso di me questi trattati del comune amico, ha preso gusto che gli vediamo insieme: e sentendo m'appuntamento del ritrovarci a parlare sopra il meraviglioso problema della percossa, mi ha detto come ne aveva più volte discorso, ma sempre irresolutamente e ambiguamente, con esso Accademico, col quale mi diceva che si era trovato a far diverse esperienze attinenti a vari problemi, a farne ancora alcune riguardanti alla forza della percossa e alla sua esplicazione; ed ora appunto stava in procinto di arrecarne tra l'altre una, per quanto egli dice, assai ingegnosa e sottile[54].

Galileo fa dunque risalire le sue ricerche sul "meraviglioso problema della percossa" al periodo padovano, insistendo sul fatto che aveva fatto molte esperienze, e in particolare ne fa presentare una al nuovo intervenuto, Paolo Aproino.

[53] Opere di Galileo Galilei, In Firenze, MDCCXVIII. Nella Stamp. Di S.A.R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franhi, Tomo II, pp. 693-710. L'editore Lodovico Elzeviro, non avendo ancora ricevuto il 1 gennaio 1638 il *trattato della percossa e dell'uso della catenella*, aveva chiuso e stampato il libro, arrestandosi alla quarta giornata. Vincenzio Viviani (1622-1703) l'ultimo discepolo di Galileo, racconta nel suo *Quinto libro degli Elementi di Euclide* (Firenze 1674), di aver veduto tra le mani del figlio Vincenzio, poco dopo la morte di Galileo, oltre alle bozze originali delle opere già stampate, tra altri scritti, il principio di un nuovo congresso detto *ultimo*, nel quale erano introdotti per interlocutori il Salviati e il Segredo, escludendo Simplicio e ponendovi per terzo Paolo Aproino, stato già suo scolaro in Padova: erano in esso spiegate alcune esperienze fatte da Galileo al tempo in cui egli era colà lettore, allorquando andava investigando la forza della percossa. Il Viviani ebbe da Vincenzio il permesso di prenderene copia. Più tardi con l'aiuto del nipote Cosimo, poté di nuovo riscontrare sull'originale la propria copia. Egli però non fece di pubblica ragione questa scrittura, la quale vide per la prima volta la luce nella sopra citata edizione fiorentina delle *Opere*, per la quale si ignora se gli editori si servirono dell'originale o della copia del Viviani, oggi purtroppo da ritenersi ambedue perduti. (Notizie ricavate da varie pubblicazioni di Antonio Favaro).

[54] G.GALILEI, Le Opere, Ed. Naz., 1968, vol. VIII, p. 321-322.

APROINO: …fu il primo concetto dell'Accademico di cercar d'investigare qual parte abbia nell'effetto, ed operazione della percossa, v.g., il peso del martello, e quale la velocità maggiore o minore colla quale vien mosso, cercando, se fusse possibile, di trovar una misura la quale comunemente ci misurasse ed assegnasse l'una e l'altra energia; e per arrivare a tal cognizione s'immaginò, per quanto a me parve, una ingegnosa esperienza. Accomodò un'asta assai gagliarda, e di lunghezza di circa tre braccia, volubile sopra un perno, a guisa dell'ago di una bilancia; sospese poi nell'estremità delle braccia di cotal bilancia due pesi eguali ed assai gravi, uno de' quali era il composto di due vasi di rame, cioè di due secchie, l'una delle quali appesa all'estremità detta dell'ago, si teneva piena d'acqua, e dalle orecchie di tale secchia pendevano due corde di lunghezza di circa due braccia l'una, alle quali era, per gli orecchi, attaccata un'altra simil secchia, ma vota, la quale veniva a piombo a risponder sotto alla prima secchia già detta e piena d'acqua; nell'estremo poi dell'altro braccio della bilancia si faceva pendere un contrappeso di pietra o di qual si fusse altra materia grave, il quale equilibrasse giustamente la gravità di tutto il composto delle due secchie, dell'acqua e delle corde. La secchia superiore era forata nel fondo con foro largo alla grossezza di un uovo o poco meno, e questo tal foro si poteva aprire e serrare. Fu la prima immaginazione e concetto comune di amendue noi, che fermata la bilancia in equilibrio, essendo preparato il tutto nella maniera detta, quando poi si sturasse la secchia superiore e si desse l'andare all'acqua, la quale precipitando andasse a picchiare nella secchia da basso, l'aggiunta di cotal percossa dovesse aggiungere tal momento in questa parte, che bisogno fusse, per restituire l'equilibrio, aggiungere nuovo peso alla gravità del contrappeso dell'altro braccio, la quale aggiunta è manifesto che ristorerebbe e adeguerebbe la nuova forza della percossa dell'acqua; sicché potessimo dire, essere il suo momento essere equivalente al peso delle 10 o 12 libbre che fusse stato di bisogno aggiungere all'altro contrappeso.
SAGREDO: Ingegnoso veramente mi pare cotesto macchinamento, e sto con avidità attendendo l'esito di tal esperienza.
APROINO: La riuscita, siccome agli altri fu inopinata, così fu meravigliosa: imperocché, subito aperto il foro ed incominciato ad uscirne l'acqua, la bilancia inclinò dall'altra parte del contrappeso; ma non tantosto arrivò l'acqua percuotendo nel fondo dell'inferior secchia, che restando di più inclinarsi il contrappeso, cominciò a sollevarsi, e con un moto placidissimo, mentre l'acqua precipitava, si ricondusse all'equilibrio, e quivi, senza passarlo pur di un capello, si librò e fermossi perpetuamente.
SAGREDO: Inaspettato veramente mi è stato l'esito di questo caso; e benché il successo sia stato diverso da quello che io mi aspettava, e dal quale pensava di poter imparare quanta fosse la forza di tal percossa, nulladimeno mi par potere conseguire in buona parte la desiderata notizia, dicendo che la forza e il momento di cotal percossa equivale al momento ed al peso di quella quantità d'acqua cadente che si trova sospesa in aria tra le due acque delle due secchie superiore ed inferiore, la qual quantità d'acqua non gravita punto né contro alla secchia superiore né contro alla inferiore: non contro alla superiore, perché non essendo le parti dell'acqua attaccate insieme, non possono le basse far forza e tirar giù le superiori, come farebbe, v.g., una materia vischiosa, come pece o pania; non contro all'inferiore, perché, andandosi continuamente accelerando il moto della cadente acqua, non possono le parti più alte gravitare o premere sopra le più basse: laonde ne segue che tutta l'acqua contenuta nella troscia è come se non fusse in bilancia. Il che anco più che chiaramente si manifesta: perché se tal acqua esercitasse sua gravità sopra le secchie, queste colla giunta della percossa grandemente inclinerebbe a basso, sollevando il contrappeso; il che non si vede seguire. Confermasi anco puntualissimamente questo: perché se noi ci immagineremo[55] tutta quell'acqua repentinamente agghiacciarsi, già la troscia fatta un solido di ghiaccio, peserebbe con tutto il redsto della macchina, e, cessando il moto, verrebbe tolta la percossa.
APROINO: Il discorso di V.S. è puntualmente conforme a quello che facemmo noi di subito sopra la veduta esperienza, ed a noi ancora parve di poter concludere che l'operazione della sola velocità acquistata per la caduta di quella quantità

[55] L'esperimento è così evidentemente mentale, che Galileo lo dice esplicitamente con quel "immagineremo".

d'acqua dall'altezza delle due braccia operasse nell'aggravare, senza il peso dell'acqua quel medesimo appunto che il peso dell'acqua senza l'impeto della percossa; sicché, quando si potesse misurare e pesare la quantità dell'acqua compresa in aria tra i vasi, si potesse sicuramente affermare, la tal percossa esser potente ad operare, gravitando, quello che opera un peso eguale a 10 o 12 libbre[5656] dell'acqua cadente.

16.2 *Realizzazione*

LA BILANCIA

La bilancia con i suoi accessori è costituita da:
1) Un grande supporto centrale con basamento a viti calanti, a cui è fissata superiormente una piattaforma che regge il giogo e a cui è incernierato un pezzo mobile, in cui è stata aperta un'asola: quando è alzato, blocca il giogo, e quando è abbassato, ne limita l'escursione. Alla base, nel supporto posteriore dell'asse di rotazione del giogo, è fissato un perno, alla cui estremità è stato applicato un feltro; il perno puo essere avvitato verso il giogo, in modo da provocare l'attrito e limitare la sensibilità della bilancia.
2) Un robusto giogo, con un coltello centrale rivolto in basso e coltelli alle estremità rivolti in alto.
3) Due staffe, che terminano con un gancio.
4) Un laser rosso, fissato sull'asse di rotazione della bilancia, per misurare l'inclinazione del giogo.
5) Due grandi secchie di rame, collegate insieme da tre catenelle, appese al gancio del braccio sinistro della bilancia; la secchia superiore ha un foro in cui è inserito un corto tubo che fuoriesce per circa cm … diviso in più settori per incanalare l'acqua e regolare il getto di uscita.
6) Serie di coppie di pesi standard da 0,5 – 1 – 2 – 5- 10 –20 kg.
7) Sistema di tre pompe per il trasporto dell'acqua dalla secchia inferiore a quella superiore.

INFORMAZIONI TECNICHE SULLA BILANCIA:

MISURE E PESI DELLA BILANCIA

Giogo con le staffe	peso	60 kg
Giogo senza staffe	peso	54,476 kg
Staffa di sinistra:	peso:	2,774 kg
Staffa di destra:	peso:	2,750 kg
La distanza tra ogni coltello del giogo e asse di rotazione è:	L:	84,6 cm
Distanza della sorgente laser dalla piastra su cui scorre il punto di luce:		192,5 cm
Distanza del coltello centrale dalla piastra su cui scorre il punto di luce:		187,4 cm
Escursione massima del punto di luce dal centro verso destra:		10,5 cm,
escursione massima in gradi dal centro verso destra		3° 12' 24"
Escursione massima del punto di luce dal centro verso sinistra:		19,9 cm
escursione massima in gradi dal centro verso sinistra		5° 56' 26"

[56] 10 libre = 3,395 kg La libbra toscana era divisa in 12 once. L'oncia era divisa in 24 denari; il denaro in 24 grani.

Rapporto tra misure angolari e corrispondenti distanze lette sul doppio metro, sul quale scorre il fascio del laser:

1° = 32,7 mm
1° 30' = 49,1 mm
2° = 65,4 mm
2° 30' = 81,8 mm
3° = 98,2 mm
3° 30' = 110,4 mm
4° = 131,0 mm
4° 30' = 147,5 mm

SENSIBILITÀ DELLA BILANCIA.

Applicando all'estremità del braccio di destra del giogo, privo delle staffe, un peso di 50 g si ha uno spostamento s = 88 mm.
Dividendo per l'altezza h = 1925 mm si ha e quindi un angolo di 2° 37' 2" = 2,617 gradi (in radianti 0,0457) sensibilità σ = 0,0457/50 = 9,1 10^{-4} rad/g
Applicando un peso di 100 g al braccio a destra si ha uno spostamento s = 178 mm
Applicando un peso di 50 g al braccio a destra, con il giogo carico di 5 kg, si ha uno spostamento s = 84 mm.
Applicando un peso di 100 g al braccio a destra, con il giogo carico di 5 kg, si ha uno spostamento s = 167 mm.
Applicando un peso di 50 g al braccio a destra, con un carico di 20 kg, si ha uno spostamento s = 70 mm.
Il rapporto è praticamente costante
La sensibilità della bilancia è di meno di un grammo per uno spostamento di un mm del laser, spostamento abbastanza leggibile.
Controllando con un filo si osserva che i coltelli che sostengono i pesi alle due estremità del giogo sono praticamente allo stesso livello del coltello centrale su cui ruota il giogo.

DATI RIGUARDANTI LE SECCHIE

I due recipienti con catenelle (vuoti):	peso 8,550 kg
Il recipiente con foro:	peso 4 kg
Il recipiente senza foro:	peso 4,4 kg

Quando l'altro braccio è carico con un peso di 20 kg, il peso dell'acqua immessa fino al raggiungimento dell'equilibrio è (per sottrazione) 11,474 kg
La distanza tra fondo del recipiente superiore e fondo di quello inferiore è:

PERIODO IN SECONDI DELLE OSCILLAZIONI DELLA BILANCIA IN FUNZIONE DEL CARICO

l'indice inferiore T_n corrisponde al valore in kg del carico a cui occorre aggiungere il peso dei supporti uguale a 2,774 kg. T è il periodo senza supporti; T_s è il periodo con i soli supporti

T_0 = 6,28500 s
T_s = 7,56220 s
T_1 = 7,93600 s
T_2 = 8,28760 s
T_3 = 8,62520 s
T_5 = 9,23540 s
T_6 = 9,52140 s

T_7 = 9,79880 s
T_8 = 10,0580 s
T_{10} = 10,5615 s
T_{11} = 10,7870 s
T_{12} = 11,0262 s
T_{13} = 11,2498 s

16.3 *Primo esperimento*

Inizialmente la bilancia è bloccata. Si aggancia alla staffa di destra un peso standard di 20 kg. Si chiude con un tappo di gomma il foro della secchia superiore e la si riempie con acqua fino a raggiungere il peso complessivo di 20 kg. Si verifica il raggiunto equilibrio, a tentativi, sbloccando ripetutamente il giogo. Al tappo è attaccato un sottile filo cerato che termina in un gancetto. Il gancetto serve per appendere il tappo ad un anello della catena non appena è stato sollevato, in modo che contribuisca sempre al peso totale, tranne nel brevissimo tempo dell'apertura.

Possibili sviluppi sperimentali e teorici, da presentare in un prodotto multimediale, nella postazione degli approfondimenti.

A) La fuoriuscita dell'acqua propone una serie di osservazioni e questioni su fenomeni idrostatici ed idrodinamici

1) Come la velocità di uscita dipende dall'altezza dell'acqua nel recipiente superiore ?
2) Come cambia la forma del getto in uscita dal foro con o senza tubo regolatore?
3) Perché ad un certo punto si formano vortici e perché sono eliminati se nel foro viene inserito un tubo di uscita, soprattutto se diviso in settori?

B) Osservazioni e questioni sulla bilancia

1) Lo studio della caduta dell'acqua e gli effetti sulla bilancia durante la fuoriuscita.
2) Le oscillazioni della bilancia e la variazione del suo periodo con il carico.
3) La bilancia come sistema di corpi rigidi a geometria variabile: giogo e staffe con carico.
3) Il sistema bilancia – acqua come sistema non isolato, la conservazione dell'energia meccanica.

17. LA MACCHINA DI GALILEI-ATWOOD PER LO STUDIO DELLA PERCOSSA E PER L'OSSERVAZIONE DELLA CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA E DELLA QUANTITÀ DI MOTO

Galileo, con lo studio degli effetti della percossa, crea i fondamenti della dinamica. Per prima cosa, analizza il concetto di velocità relativa, riconoscendo che è uno degli elementi importanti per comprendere ciò che avviene nell'urto.

> Figuratevi di andare ad incontrare colla mano una palla che venga scendendo da alto, e ditemi: se nell'arrivare ella sopra la vostra mano, voi la mano andaste abbassando per la medesima linea e colla medesima velocità che scende lapalla, ditemi, dico, qual percossa voi sentireste? Certo nessuna. Ma se all'arrivo della palla voi andaste solamente in parte cedendo, con abbassar la mano con minor velocità di quella della palla, voi bene ricevereste percossa, ma non come da tutta la velocità della palla, ma solamente come dall'eccesso della velocità di quella sopra la velocità della cedenza della mano: sicché quando la palla scendesse con 10 gradi di velocità e la mano cedesse con otto, il colpo sarebbe come fatto da due gradi di velocità della palla; e cedendo la mano con 4, il colpo sarebbe come di 6; ed essendo il cedere come uno, il percuoter sarebbe come 9; e tutta l'intera percossa della velocità de' 10 gradi sarebbe quella che percotesse sopra la mano che nulla cedesse[57].

Con grande abilità didattica Galileo introduce il lettore in un esperimento facile da immaginare e da fare: l'urto[58] di una palla contro la mano, proponendo alcuni valori per le velocità al momento della collisione. L'ultima espressione è illuminante: l'effetto massimo della percossa si ha quando la mano *nulla cede*, cioè quando il *colpo* è interamente assorbito. Galileo fa uso di due termini: *impeto* e *momento*. L'impeto, per lui, è differente sia dalla semplice velocità che dal peso «il quale, operando colla sola gravità senza moto precedente, chiameremo peso morto».

> È manifesto, la facultà della forza del movente e della resistenza del mosso non essere una e semplice, ma composta di due azioni, dalle quali la loro energia dee essere misurata; l'una delle quali è il peso, sì del movente come del resistente, e l'altra è la velocità, secondo la quale quello dee muoversi e questo esser mosso[59].

Galileo chiama *impeto* un «aggregato di velocità e di gravità», che oggi i manuali di fisica chiamano *quantità di moto*, il cui valore p, variabile nel tempo, è dato dal prodotto della massa m per la velocità v: $p = mv$. Nel pensiero di Galileo il momento invece può essere sia la quantità di moto p, che è variabile, sia la *forza peso* mg, dove g è l'accelerazione di gravità 9,8 ms^{-2}, che invece è costante nel tempo:

> Il momento di un grave nell'atto della percossa altro non è che un composto ed aggregato di infiniti momenti, ciascuno di essi eguale al solo momento, o interno e naturale di sè medesimo (che è quello della propria gravità assoluta, che eternamente egli esercita posando sopra qualunque resistente), o estrinseco e violento, quale è quello della forza movente. Tali momenti nel tempo della mossa del grave si vanno accumulando di instante in instante con eguale additamento e conservando in esso, nel modo appunto che si va accrescendo la velocità di un grave cadente; ché siccome negl'infiniti instanti di un tempo, benché minimo, si va sempre passando da un grave per nuovi ed eguali gradi di velocità, con ritener sempre gli acquistati nel tempo precorso, così anche nel mobile si vanno conservando di instante in instante e componendosi quei momenti, o naturali o violenti, conferitigli o dalla natura o dall'arte, etc. [60]

---

[57] G.G., vol. VIII, *Discorso sopra due nuove scienze*, Giornata Sesta, p. 331-332

[58] Galileo scrive sempre *percossa*, un termine che gli viene dal latino.

[59] G.G., vol. VIII, cit., p. 329.

[60] G.G., vol. VIII, cit., p. 344.

Per comprendere quanto Galileo sia arrivato vicino al concetto di conservazione della quantità di moto e alla giusta interpretazione dell'effetto della percossa come l'impulso di una forza, traduciamo le sue parole in un linguaggio più formalizzato.

Indichiamo con M_p e M_m le masse della palla e della mano, con v_p e v_m le velocità della palla e della mano e con Δp il colpo assorbito. Supponiamo che la palla rimanga nella mano e che essa mantenga la velocità che aveva, anche dopo aver raccolto la palla. La relazione tra le loro quantità di moto, immediatamente prima e dopo la percossa, è data dalla seguente espressione

$$M_p v_p + M_m v_m = (M_p + M_m)v_m + \Delta p$$

Cioè

$$M_p (v_p - v_m) = \Delta p$$

Quindi la *percossa* è proporzionale alla velocità relativa, come aveva affermato Galileo. Se poi la mano resta ferma, prima, durante e dopo l'urto, il colpo dipende dalla intera velocità della palla.

Galileo poco più avanti inventa la macchina che 150 anni dopo avrebbe reinventato George Atwood:

> stimo che sia necessario l'andar contemplando [*la forza della percossa*] sopra tale, che, ricevendo le percosse, a quelle sempre colla medesima resistenza si opponga. Ora, per istabilire tal resistente, voglio che ci figuriamo un solido grave, per esempio di mille libre[61] di peso, il quale posi sopra un piano che lo sostenti; voglio poi che intendiamo una corda a cotal solido legata, la quale cavalchi sopra una carrucola fermata in alto, per buono spazio, sopra detto solido. Qui è manifesto, che aggiungendo forza traente in giù all'altro capo della corda, nel sollevar quel peso si averà sempre una egualissima resistenza, cioè il contrasto di mille libre di gravità; e quando da quest'altro capo si sospenda un altro solido egualmente pesante come il primo, verrà da essi fatto equilibrio; e stando sollevati, senza che sopra alcuno sottoposto sostegno si appoggino, staranno fermi, né scenderà questo secondo grave alzando il primo, salvo che quando egli abbia qualche eccesso di gravità: e se riposeremo il primo peso sopra il soggetto piano, che lo sostenga, potremo far prova con altri pesi di diversa gravità (ma ciascuno minore del peso che riposa in quiete) quali siano le forze di diverse percosse, con legare alcuni di detti pesi all'altro capo della corda, lasciando da qualche altezza cadere ed osservando quel che segue nell'altro gran solido nel sentire la strappata dell'altro peso cadente, la quale strappata sarà ad esso gran peso come un colpo che lo voglia cacciare in su. Qui, primieramente, mi pare che si raccolga, che per piccola che sia la gravità del peso cadente, doverà senz'altro superare la resistenza del peso gravissimo ed alzarlo; la qual conseguenza mi par che si tragga molto concludentemente dalla sicurezza che abbiamo, come un peso minore prevalerà ad un altro quanto si voglia maggiore, qualunque volta la velocità del minore abbia maggior proporzione alla velocità del maggiore che non ha la gravità del maggiore alla gravità del minore: ma ciò segue nel presente caso, nel quale la velocità del peso cadente supera d'infinito intervallo quello dell'altro peso, la quale è nulla, posando egli in quiete; ma non già è nulla la gravità del corpo cadente in relazione alla gravità dell'altro, non potendo noi questa infinita, né quella nulla; supererà dunque la forza di questo percuziente la resistenza di quello in cui si impiega la percossa[62].

Non può che essere di origine sperimentale la sicurezza su cui si basa Galileo per affermare che, dati due pesi, gm_1 e gm_2, (indichiamo con $g = 9{,}8\ m/s^2$ l'accelerazione di gravità), che abbiano velocità v_1 e v_2; e sia $m_1 > m_2$: il peso

[61] In seguito si parlerà sempre di 100 libre, che sembra un peso più ragionevole. Infatti l00 libbre = 33,95 kg. La libbra toscana era divisa in 12 once; l'oncia era divisa in 24 denari; il denaro in 24 grani.

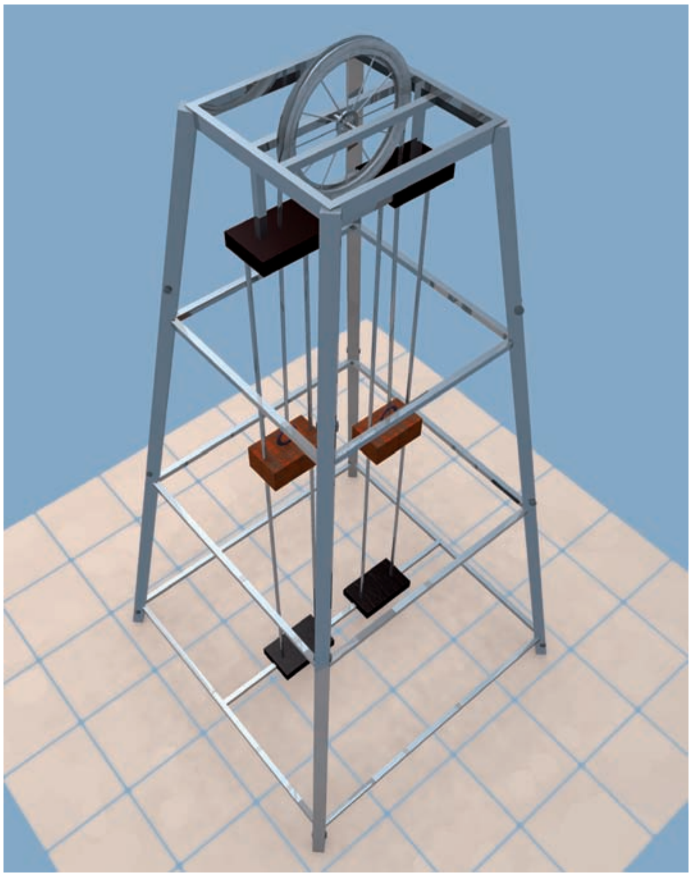
[62] G.G., vol. VIII, cit., p. 344.

minore prevarrà sul maggiore ogni qualvolta si abbia $gm_1 v_1 < gm_2 v_2$.
Galileo, tuttavia, non si accontenta di un risultato qualitativo, vuole arrivare ad una misura precisa della percossa e avanza un'ipotesi:

> Séguita ora che cerchiamo d'investigare, quanto sia per essere lo spazio al quale la ricevuta percossa lo solleverà, e forse per questo risponda a quello delli altri strumenti meccanici: come, per esempio, nella stadera si vede, l'innalzamento del peso grave esser quella tal parte dello abbassamento del romano, quale è il peso del romano dell'altro peso maggiore; e così nel nostro caso bisogna che vediamo, se essendo la gravità del gran solido posto in quiete, per esempio mille volte maggiore della gravità del peso cadente, il quale caschi dall'altezza, v.g. di un braccio[63], egli sia alzato da questo minore un centesimo di braccio, ché così pare che venisse osservata la regola degli altri istrumenti meccanici[64].

Salviati, *alias* Galileo, a questo punto considera la situazione più semplice, quando le due masse sono uguali, e chiede ad Aproino e a Sagredo che cosa pensano che avvenga in tal caso:

> Figuriamoci di fare la prima esperienza col far cadere da qualche altezza, diciamo di un braccio, un peso eguale all'altro, che ponghiamo posare sopra un piano essendo ambedue tali pesi legati l'uno all'un capo e l'altro all'altro capo dell'istessa corda; che crediamo noi che sia per operare la strappata del peso cadente circa il muovere e sollevar l'altro, che era in quiete? Io volentieri sentirei l'opinione vostra.



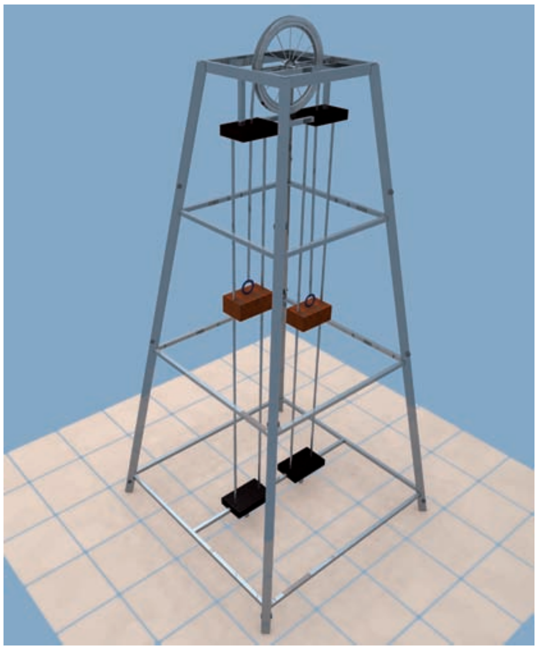
Aproino risponde così:

> mi pare che essendo amendue i solidi egualmente gravi, ed avendo il cadente, di più, l'impeto della velocità, l'altro ne dovrà essere innalzato assai sopra l'equilibrio; imperocché per ridurlo in bilancio la sola gravità di quello era bastante: sormonterà dunque, per mio credere, il peso ascendente per molto maggior spazio di un braccio, che è la misura della scesa del cadente[65]

Sagredo è più prudente perché le molte esperienze gli hanno insegnato «quanto sia facile l'ingannarsi, e però quanto sia necessario l'andar circospetto prima che risolutamente pronunziare ed affermare alcun detto»; per cui risponde:

> Dirò dunque (però sempre dubitando) che è vero che il peso, v.g., delle 100 libbre del grave discendente basta per alzare l'altro, che pure pesi 100 libbre, infine all'equilibrio, senza che quello venga instrutto e fornito d'altra velocità, e basterà solo l'eccesso

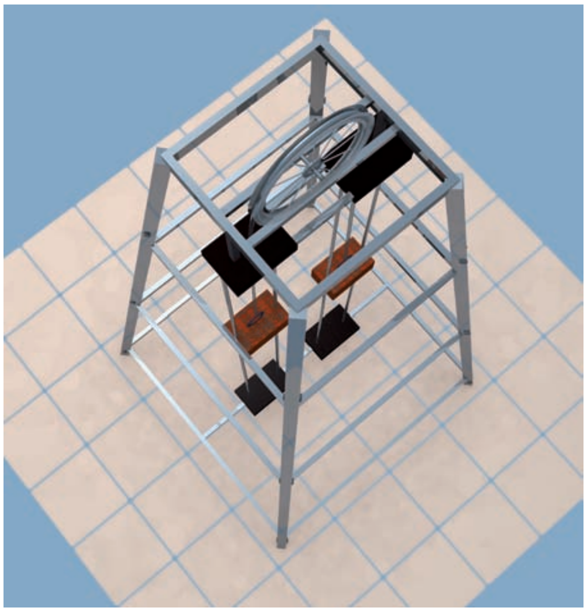
[63] Galileo nei *Discorsi* usa il braccio fiorentino di terra che corrisponde a 550,63 mm.
[64] G.G., vol. VIII, cit., p. 333.
[65] G.G., vol. VIII, cit., p. 334.



di mezza oncia[66]; ma vo considerando che questa equilibrazione verrà fatta con gran tardità, dove che quando il cadente sopraggiunga con gran velocità, con una simile bisognerà che tiri in alto il suo compagno. Ora, non mi pare che sia dubbio che maggior forza ci voglia a cacciare con gran velocità un grave all'in su, che a spignervelo con gran lentezza; onde possa accadere che il vantaggio della velocità, guadagnata dal cadente nella libera caduta di un braccio, possa rimaner consunto, e, per modo di dire, spento, nel cacciare l'altro con altrettanta velocità ad altrettanta altezza: perloché non sarei lontano dal credere che tali due movimenti in giù ed in su terminassero in quiete immediatamente dopo la salita di un braccio del peso ascendente, che sarebbero due braccia di scesa dell'altro, computandovi il primo braccio che questo scese libero e solo[67].

Sagredo suppone un procedimento continuo in cui la corda, riacquistata la sua lunghezza massima nell'istante in cui m_2 ha completato la sua discesa di un braccio, rimane sempre tesa, con m_2 che comunica in quell'istante la sua velocità anche ad m_1. Il doversi portare dietro m_1 costringe m_2 a rallentare progressivamente, scendendo un altro braccio fino a fermarsi insieme ad m_1 che a sua volta è salito un braccio.
È d'accordo con Sagredo, ma solo con la prima parte del suo discorso, Salviati che interviene dopo di lui, dicendo:

Io veramente inclino a credere questo stesso, perché, sebbene il peso cadente è un aggregato di gravità e di velocità, l'operazione della gravità nel sollevar l'altro è nulla, avendo a sé opposta e renitente altrettanta gravità dell'altro peso, il quale è manifesto che mosso non sarebbe senza l'aggiunta dell'altro di qualche piccola gravità: l'operazion dunque per la quale il peso cadente dee sollevar l'altro, è tutta della velocità, la quale altro che velocità non può conferire; né potendo conferirne altra che quella che egli ha, e non avendo altra che quella che, partendosi dalla quiete, ha guadagnata nello spazio della scesa di un braccio, per altrettanto spazio e con altrettanta velocità spignerà l'altro all'in su, conformandosi con quello che in varie esperienze si può riconoscere, che è che il grave cadente, partendosi dalla quiete, si trova in ogni sito aver tant'impeto, che basta per ridur sé stesso alla medesima altezza[68].



E a Sagredo che si ricorda che ciò accade anche con il pendolo, Galileo oppone una non piccola *discrepanza* tra

[66] L'oncia è 1/12 della libra e quindi vale 28,3 g.

[67] G.G., vol. VIII, cit., p. 334.

[68] G.G., vol. VIII, cit., p. 335.

queste due operazioni:

> tra quella del solido grave pendente dal filo, che, lasciato da qualche altezza, scendendo per la circonferenza del cerchio, acquista impeto di trasportare sé medesimo ad altrettanta altezza; e l'altra operazione del cadente legato ad un capo della corda per innalzare l'altro a sé eguale in gravità. Imperocché lo scendente per il cerchio va acquistando velocità sino al perpendicolo, favorito dalla propria gravità, la quale, trapassato il perpendicolo, lo disaiuta nel dovere ascendere (che è moto contrario alla gravità) sicché dello impeto acquistato nella scesa naturale non piccola ricompensa è il ricondurlo con moto preternaturale o per altezza. Ma nell'altro caso sopraggiugne il grave cadente al suo eguale, posto in quiete, non solamente con la velocità acquistata, ma colla sua gravità ancora, la quale, mantenendosi, leva per sé sola ogni resistenza di essere alzato all'altro suo compagno; perloché la velocità acquistata non trova contrasto di un grave che allo andare in su faccia resistenza, talché sì come l'impeto conferito all'in giù ad un grave non trova in esso ragione di annichilirsi o ritardarsi, così non si ritrova in quello ascendente, la cui gravità rimane nulla, essendo contrappesata da altrettanta discendente[69].

Giunto a questo punto, per preparare il suo ragionamento, Galileo mette in gioco il principio di inerzia, enunciandolo, con parole quasi uguali a quelle che aveva scritto quasi 50 anni prima nel *De motu*: ma, si noti bene che qui, nell'esperimento della "Macchina di Galileo", vi è una notevole generalizzazione perché l'inerzia è supposta valida anche nel moto verticale dei pesi, in quanto suppone che la risultante di tutte le forze sia nulla.

> E qui mi pare che accada per appunto quello che accade ad un mobile grave e perfettamente rotondo, il quale, se si porrà sopra un piano pulitissimo ed alquanto inclinato, da per sé stesso naturalmente vi scenderà, acquistando sempre velocità maggiore; ma se, per l'opposito, dalla parte bassa si vorrà quello cacciare in su, ci bisognerà conferirgli impeto, il quale si anderà sempre diminuendo e finalmente annichilando; ma se il piano non sarà inclinato, ma orizontale, tal solido rotondo, postovi sopra, farà quello che piacerà a noi, cioè, se ve lo metteremo in quiete, in quiete si conserverà, e dandogli impeto verso qualche parte, verso quella si moverà, conservando sempre l'istessa velocità che dalla nostra mano averà ricevuta, non avendo azione né di accrescerla né di scemarla, non essendo in tal piano né declività né acclività: et in simile guisa i due pesi eguali, pendenti da' due capi della corda, ponendogliene in bilancio, si quieteranno, e se ad uno si darà impeto all'in giù[70], quello si andrà conservando equabile sempre. E qui si dee avvertire che tutte queste cose seguirebbero quando si movessero tutti gli esterni ed accidentari impedimenti, dico di asprezza e gravità di corda, di girelle e di stropicciamenti nel volgersi intorno al suo asse, ed altri che ve ne potessero essere[71].

Galileo si è raffigurato mentalmente questa situazione: al momento che la corda diviene tesa, si annulla l'azione della gravità sul peso cadente, perché agisce sopra due pesi uguali, e quindi il sistema può solo rimanere fermo o muoversi con velocità costante. Difatti si chiede:

> Ma perché si è fatta considerazione della velocità, la quale l'uno de' due pesi acquista scendendo da qualche altezza, mentre l'altro posi in quiete, è bene determinare quale e quanta sia per essere la velocità colla quale sieno per muoversi poi amendue, dopo la caduta dell'uno, scendendo questo e salendo quello.

Il punto critico della sua analisi è questo:

---

[69] G.G., vol. VIII, cit., p. 336.

[70] Si noti che Galileo dice "all'in giù" perché in tal modo il peso spinto in giù tira su l'altro, rimanendo sempre nulla la risultante della forza di gravità. Qui la corda ha solo il compito di comunicare istantaneamente "l'impeto" all'altro peso.

[71] G.G., vol. VIII, cit., p. 336.

> Già, per le cose dimostrate, noi sappiamo che quel grave che partendosi dalla quiete liberamente scende, acquista tuttavia maggiore e maggior grado di velocità perpetuamente; sicché, nel caso nostro, il grado massimo di velocità del grave, mentre liberamente scende, è quel che si trova avere nel punto che egli comincia a sollevare il suo compagno; ed è manifesto che tal grado di velocità non si andrà piu augumentando, essendo tolta la cagione dello augumento, che era la gravità propria di esso grave descendente, la quale non opera più, essendo tolta la sua propensione di scendere dalla ripugnanza del salire di altrettanto peso del suo compagno[72].

All'inizio ho affermato che Galileo con la sua macchina ha creato i fondamenti della dinamica: è, infatti, dinamico l'esperimento che egli ha proposto e che ha accuratamente descritto ed analizzato, anche se l'ultima affermazione non è esatta. Vediamo perché. Riassumo quanto aveva stabilito nelle precedenti giornate, dove era arrivato a dimostrare le seguenti leggi per il moto naturale dei gravi:

a) I gradi di velocità d'un mobile discendente con moto naturale dalla medesima sublimità per piani in qualsivoglia modo inclinati, all'arrivo all'orizonte son sempre eguali, rimossi gl'impedimenti.

b) La velocità di caduta cresce proporzionalmente al tempo

$v(t) = g\ t$ (1)

c) Vi è proporzione tra l'altezza $H(t)$ della scesa e il quadrato del tempo necessario per scendere

$H(t) = g'\ t^2$ (2)

Inoltre Galileo conosce un altro teorema.

d) Il tempo in cui uno spazio dato è percorso da un mobile con moto uniformemente accelerato a partire dalla quiete, è eguale al tempo in cui quel medesimo spazio sarebbe percorso dal medesimo mobile mosso di moto equabile, il cui grado di velocità sia sudduplo [*la metà*] del grado di velocità ultimo e massimo [*raggiunto dal mobile*] nel precedente moto uniformemente accelerato.

Cioè,

$H(t) = g't^2 = t[v(t/2)] = t[(gt/2]$ (3)

Da questo segue

$g' = g/\ 2$ (4)

e quindi, ricapitolando:

$v = g\ t$ (1)

$H = (1/2)g\ t^2$ (2')

$v(t)^2 = 2\ gH(t)$ (5)

---

[72] G.G., vol. VIII, cit., p. 337.

Con questo quadro teorico in mente, anche se non espresso in formule matematiche e senza un valore preciso per la costante di proporzionalità g, Galileo è portato a valutare la situazione finale come quella in cui i due pesi *compagni* si muovono con velocità finale costante, che è ottenuta nel modo che ha spiegato nella Terza Giornata dei *Discorsi*:

> Si conserverà dunque il detto grado massimo di velocità, ed il moto, di accelerato, si convertirà in equabile: quale poi sia per essere la futura velocità, è manifesto dalle cose dimostrate e vedute ne' passati giorni, cioè che la velocità futura sarà tale, che in altrettanto tempo quanto fu quella della scesa, si passerà doppio spazio di quello della caduta.

Applichiamo quando prescrive: da (2') segue che il tempo della scesa è $t = [2H/g]^{1/2}$ e in questo tempo lo spazio percorso con la velocità finale, secondo Galileo,

$s = v_f t = 2H$. Quindi $v_f = 2H/t = 2H/[2H/g]^{1/2} = [2gH]^{1/2} = v_i$

Si ritrova dunque l'affermazione che la velocità finale dei due pesi è quella raggiunta da m_2 nella sua caduta libera. In realtà la velocità finale è la metà di quella iniziale e questo segue dalla conservazione della quantità di moto e dell'energia cinetica, al momento della strappata. Trattandosi di masse uguali, posso scrivere le due relazioni senza indicare la massa comune, che appare ai due lati delle uguaglianze.

$V_i(2) = V_f(2) - V_f(1)$ (conservazione del momento) (6)

$[V_i(2)]^2 = [V_f(1)]^2 + [V_f(2)]^2$ (conservazione dell'energia cinetica) (7)

Riscrivo la (7) come

$[V_i(2) + V_f(2)]\ [V_i(2) - V_f(2)] = [V_f(1)]^2$

e introducendo $V_f(1) + V_f(2) = V_f(1)$ si arriva a

$[V_i(2) - V_f(2)]\ V_f(1) = [V_f(1)]^2$

$V_i(2) - V_f(2) = V_f(1)$

$V_i(2) = V_f(1) + V_f(2)$ (8)

Dato che i due pesi devono avere la stessa velocità, uno scendendo e l'altro salendo $V_f(1) = V_f(2)$ e quindi (8) diviene

$V_i(2) = 2\ V_f(1) = 2\ V_f(2)$

La velocità finale delle due masse accoppiate è la metà di quella raggiunta in caduta libera da m_2.
La discussione esatta dell'urto di corpi che si muovono liberamente è avvenuta contemporaneamente alla scoperta dei principi di conservazione dell'energia cinetica e della quantità di moto. Ad essi si sarebbe arrivati solo dopo mezzo secolo di sforzi congiunti di Huygens, Leibnitz e Newton, fino a Johann Bernoulli[73] che ha risolto l'urto di

[73] C. HUYGENS, *De motu corporum ex percussione*, pubblicato in *Oeuvres Complètes*, La Haye, 1888-1950, vol. XVI, 1929; I. NEWTON, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, ed. 2a, Cambridge,1713, pp. 15-24; JOHANN BERNOULLI, *De motu corporum se invicem percutientium*, San Pietroburgo1734.

sfere che rotolano sul piano, come nel bigliardo.
A Galileo, allora, non venne in soccorso neppure l'esperimento che abbiamo appena finito di leggere, perché è difficile valutare ad occhio se vi è una differenza tra la velocità finale raggiunta dalla massa m_2 al momento in cui si tende la corda e quella successiva alla *strappata*, quando le due masse si muovono insieme.
Dobbiamo ricordare che gli esperienti sulla percossa furono eseguiti a Padova, prima del 1610 e che Galileo ha scritto la Sesta Giornata nel 1638, dopo che Lodowijk Elzevier, impaziente editore di Leida, aveva ormai licenziato l'edizione dei *Discorsi*, stampando le prime quattro giornate.
Galileo dettò a Marco Ambrosetti il testo che doveva seguire subito dopo la quarta giornata. Lo scritto, per circostanze non chiare, non fu incluso[74] nel secondo volume delle *Opere*, stampato dal Dozza a Bologna nel 1665, ma fu pubblicata nella seconda edizione delle Opere, quella di Firenze del 1718.
Se Galileo avesse utilizzato la sua macchina per lo studio del moto, insieme con l'orologio ad acqua, avrebbe avuto a disposizione uno strumento superiore al piano inclinato, dove il rallentamento è dovuto ad una diminuzione *statica* della gravità. Qui, invece, una piccola forza, data dall'eccesso di peso di uno dei due corpi, agisce sulla grande massa del sistema, mettendo in evidenza il rapporto tra inerzia e forza. Peccato che né lui, né i suoi allievi hanno portato avanti questi studi.

Realizzazione della macchina

È una macchina di grandi proporzioni (è alta circa 3 metri) ma di semplice costruzione, consistente in una struttura di quattro assi metallici, opportunamente collegati, che costituiscono un solido supporto per una ruota di bicicletta dal diametro ∅ 42 cm.
Due pesi standard di massa $M_1 = M_2 = 20$ kg sono legati tra loro con una corda das speleologo, robustissima ma ben flessibile di diametro ∅ 1 cm. La corda passa nella scanalatura della ruota ed ha lunghezza giusta per permettere la massima corsa. Ad entrambi i pesi, che sono a forma di parallelepipedo, sono stati praticati due fori in modo che scorrono lungo due tubi di acciaio paralleli che fanno da guida.
La massa M_2 è sollevato manualmente all'altezza desiderata.
Ad una certa altezza della struttura è possibile inserire una sbarra per il fine corsa in modo da permettere ad uno dei due pesi di essere sollevato, mentre l'altro posa sulla sbarra.

Primo esperimento

Una massa è in basso e l'altra a fine corsa in alto; esse sono in equilibrio.

---

[74] Opere di Galileo Galilei, In Firenze, MDCCXVIII. Nella Stamp. Di S.A.R. Per Gio. Gaetano Tartini e Santi Franchi, Tomo II, pp. 693-710. L'editore Lodovico Elzeviro, non avendo ancora ricevuto il 1 gennaio 1638 il *trattato della percossa e dell'uso della catenella*, aveva chiuso e stampato il libro, arrestandosi alla quarta giornata. Vincenzio Viviani (1622-1703) l'ultimo discepolo di Galileo, racconta nel suo *Quinto libro degli Elementi di Euclide* (Firenze 1674), di aver veduto tra le mani del figlio Vincenzio, poco dopo la morte di Galileo, oltre alle bozze originali delle opere già stampate, tra altri scritti, il principio di un nuovo congresso detto *ultimo*, nel quale erano introdotti per interlocutori il Salviati e il Segredo, escludendo Simplicio e ponendovi per terzo Paolo Aproino, stato già suo scolaro in Padova: erano in esso spiegate alcune esperienze fatte da Galileo al tempo in cui egli era colà lettore, allorquando andava investigando la forza della percossa. Il Viviani ebbe da Vincenzio il permesso di prenderne copia. Più tardi con l'aiuto del nipote Cosimo, poté di nuovo riscontrare sull'originale la propria copia. Egli però non fece di pubblica ragione questa scrittura, la quale vide per la prima volta la luce nella sopra citata edizione fiorentina delle *Opere*, per la quale si ignora se gli editori si servirono dell'originale o della copia del Viviani, oggi purtroppo da ritenersi ambedue perduti. (Notizie ricavate da varie pubblicazioni di Antonio Favaro).

1) Si spinge leggermente la corda. S'instaura un lento moto che tende a fermarsi, a causa degli attriti. Si aggiunge al peso che scende un sovrappeso adeguato μ, fino ad osservare un moto a velocità costante. Un sensore intercetta il passaggio dei raggi della ruota . I segnali pervengono ad un computer che li elabora, traccia il grafico spazio *versus* tempo e calcola la velocità. Si mette in moto nuovamente il sistema con una spinta iniziale maggiore e si verifica che la velocità rimane costante lungo il percorso.
2) Si aggiunge una massa m = 50 g ad una delle due masse di 20 kg, si abbassa l'altra massa, fino a che giunge a terra. Si lascia libera la corda e si osserva un moto uniformemente accelerato, con un'accelerazione che è 1/80 dell'accelerazione di gravità. Un metro sarà percorso in circa 10 secondi. Il computer traccia il grafico spazio *versus* tempo e calcola l'accelerazione. Si ripete con altri sovrappesi. Si scopre che l'accelerazione è data dalla seguente espressione:

$$a = (m + \mu)g /(M_1 + M_2 + m + \mu)$$

Secondo esperimento

1) Si porta il peso M_1 verso terra, fino a farlo poggiare, si solleva il peso M_2 (tirando la corda dalla parte di M_1) ad una altezza prefissata non grande (per es. 10 cm). Si lascia andare la corda, sganciando il peso M_2 e si osserva il movimento verso il basso che si viene a instaurare. La velocità raggiunta da m_2 al momento della strappata, diviene la metà con il moto congiunto e uniforme di m_1 e m_2.

Conclusione

Ecco come Galileo ha riassunto tutta la situazione sul finire della Sesta Giornata dei *Discorsi*:

> Inoltre è necessario che ci riduchiamo a memoria alcune conclusioni vere, delle quali si parlò a' giorni passati nel trattato del moto: e sia la prima di esse, che i gravi discendenti da un punto sublime sino a un soggetto piano orizontale, acquistano eguali gradi di velocità, sia la scesa loro fatta o nella perpendicolare o sopra qualsivogliano piani diversamente inclinati; come, per esempio, essendo AB un piano orizontale, sopra il quale dal punto C caschi la perpendicolare CB, e dal medesimo C altre diversamente inclinate CA, CD, CE, dobbiamo intendere, i gradi di velocità de' cadenti dal punto sublime C per qualsivoglia delle linee che dal punto C vanno a terminare nell'orizontale, essere tutti eguali.
> Inoltre si dee, nel secondo luogo, supporre, l'impeto acquistato in A dal cadente dal punto C esser tanto, quanto appunto si ricercherebbe per cacciare in alto il medesimo cadente, o altro a lui eguale, sino alla medesima altezza; onde possiamo intendere che tanta forza bisogna per sollevare dall'orizonte sino all'altezza C l'istesso grave, venga egli cacciato da qualsivoglia de' punti A, D, E, B. Rieduchiamoci, nel terzo luogo, a memoria, che i tempi delle scese per i notati piani inclinati hanno tra di loro la medesima proporzione che le lunghezze di essi piani; sicché quando, per esempio, il piano AC
> Fusse lungo il doppio del CE e quadruplo del CB, il tempo della scesa per CA sarebbe doppio del tempo per la scesa per CE e quadruplo della caduta per CB. Inoltre ricordiamoci che per far montare, o vogliam dire strascicare, l'istesso peso sopra i diversi piani inclinati, sempre minor forza basta per muoverlo sopra il più inclinato che sopra il meno, secondo che la lunghezza di questo è minore della lunghezza di quello. Ora, stante questi veri supposti, finghiamo il

piano AC esser, v.g., dieci volte più lungo del perpendicolo CB, e sopra esso AC esser posato un solido S, pesante 100 libbre: è manifesto che se a tal solido fusse attaccata una corda, la quale cavalcasse sopra una girella posta più alta del punto C, la qual corda nell'altro suo capo avesse attaccato un peso di 10 libbre, qual sarebbe il peso P, è manifesto che tal peso P, con ogni poco di giunta di forza, scendendo, tirerebbe il grave S sopra il piano AC.
E qui si dee notare, che sebbene lo spazio per lo quale il maggior peso
si muove sopra il suo piano soggetto è eguale allo spazio per lo quale si muove il piccolo discendente (onde alcuno potrebbe dubitare sopra la generale verità di tutte le meccaniche proposizioni, cioè che piccola forza non supera e muove gran resistenza se non quando il moto di quella eccede il moto di questa colla proporzione contrariamente rispondente a i pesi loro), nel presente caso la scesa del piccolo peso, che è a perpendicolo, si dee paragonare colla salita a perpendicolo del gran solido S, vedendo quanto egli dalla orizzontale perpendicolarmente si solleva, cioè si dee riguardare quanto ei monta nella perpendicolare BC.

La macchina di Galileo è dunque una naturale evoluzione del piano inclinato.
Sul piano inclinato, munito di carrucola il rapporto tra le masse S ed P è tale che la forza di gravità e i vincoli (filo che collega le due masse e piano inclinato) agiscono su di esse in maniera da conservarle in equilibrio, se stanno ferme. Infatti, vale la relazione:

$M_F / M_E = BC/AC = \text{sen}\varphi$

Se spingiamo in basso il corpo F, le due masse si muoveranno con la stessa velocità costante, ognuna delle due in moto rettilineo uniforme. È il principio di inerzia generalizzato. Se però aggiungiamo ad S un sovrappeso μg, il moto generato da questa piccola forza non è più quello che la massa μ avrebbe sul piano inclinato, e questo fatto porta a scrivere, al posto di $x(t) = (1/2)g\,\text{sen}\varphi\, t^2$, la seguente espressione:

$(m + m\,\text{sen}\varphi + \mu)\, x(t) = (1/2)(\mu\, g\, \text{sen}\varphi)\, t^2$.

Questi esperimenti possono essere realizzati con il piano inclinato con carrucola, illustrato nella ricostruzione 3-D, un apparecchio che entrerà presto nel LABORATORIO DI GALILEO GALILEI.

18. IL TELESCOPIO, IL MICROSCOPIO, IL TERMOMETRO, IL CELATONE, IL GIOVILABIO

Per questi strumenti esiste una vasta letteratura originale che sarà resa disponibile al visitatore. Essi non saranno oggetto di dimostrazioni sperimentali, ma saranno esibiti in scala naturale, mediante la ricostruzione in facsimile, ove possibile. Le informazioni e la rappresentazione figurativa di tutti saranno messe a disposizione attraverso un multimediale

V. SULLA VERICIDITÀ DEGLI ESPERIMENTI GALILEIANI

Durante tutto il secolo scorso un importante gruppo di storici della scienza, capeggiati da Alexandre Koyré[75] hanno sostenuto la poca attendibilità di Galileo come sperimentatore: Galileo è descritto come un pensatore fortemente influenzato dalla filosofia platonica e i risultati sperimentali che lo scienziato pisano illustra sono in realtà, nella maggior parte, frutto di speculazioni mentali.
Molti di loro hanno avuto un atteggiamento mentale, che è ben rappresentato da queste parole di Koyré, che hanno segnato una svolta nella storiografia precedente, che vedeva in Galileo il fondatore del metodo sperimentale:

> Una palla di bronzo che rotola in un canaletto di legno "ben pulito e liscio"! Una secchia piena d'acqua con un piccolo foro attraverso cui 1'acqua scorre fuori e viene raccolta in un piccolo bicchiere allo scopo di essere poi pesata e fornire così una misura dei tempi di discesa (1'orologio ad acqua dei Romani, descritto da Vitruvio e inventato da Ctesibio, era già uno strumento molto migliore): quante fonti di errori e inesattezze! E ovvio che gli esperimenti galileiani sono completamente privi di valore: la stessa perfezione dei loro risultati e una prova rigorosa della loro inesattezza[76].

Ed in nota al testo:

> Gli storici moderni, abituati a vedere gli esperimenti galileiani così come vengono eseguiti davanti agli studenti delle scuole, accettano infatti questo stupefacente resoconto come se fosse verità del Vangelo, e persino lodano Galileo per avere così stabilito sperimentalmente non solo la validità empirica della legge di caduta del gravi, ma addirittura la legge stessa.

Esempio di reazione alle opinioni positive su Galileo, che si erano consolidate nel secolo XIX è il libretto di Lane Cooper *Aristotle, Galileo, and the tower of Pisa*, (Ithaca 1935) che raccoglie testi sulla caduta dei gravi (Aristotele, Filopono, Leonardo da Vinci, Girolamo Cardano, Simon Stevin, Galileo, Vincenzo Renieri, Giorgio Coresio, insieme ad alcuni contemporanei) allo scopo di mostrare che non vi sono testimonianze dirette dell'esperimento di Galileo della "Torre di Pisa", un avvenimento che avrebbe dovuto lasciare una traccia negli scritti dell'epoca: da ciò l'autore ne deduce l'improbabilità dell'esperimento dalla torre .
L'esperimento era stato descritto dal primo biografo e discepolo, Vincenzo Viviani, nel *Racconto Istorico della Vita del Sig. Galileo Galilei*, e la sua veridicità è ormai spesso negata, come può essere constatato in molti articoli che appaiono in internet sull'argomento[77].
L'autorita di Koyré influenza ancora molti storici. Per esempio, un altro suo giudizio, che nega a Galileo di aver fatto l'esperimento della pietra che cade dall'alto dell'albero della nave[78], viene ripreso da Tullio Gregory, in un saggio scritto

[75] Alexandre Koyré (1892-1964), proveniente da una famiglia russa di origini ebraiche, ha insegnato a Parigi e negli Stati Uniti. Allievo di Husserl, poi vicino a Brunschvicg e Meyerson, e tra i più importanti epistemologi e storici delle scienze del Novecento. Tra le sue opere ricordiamo: *Dal mondo chiuso all'universe infinito* e *La Rivoluzione Astronomica* (Feltrinelli, Milano), *Dal mondo del pressappoco all'universo della precisione*, *Studi Newtoniani e Studi Galileiani* (Einaudi, Torino), *Introduzione a Platone* (Vallecchi). Esiste a Parigi un centro che porta il suo nome, il cui indirizzo internet è http://www.ehess.fr/centres/Koyré/Centre_A_KOYRÉ.html

[76] A. Koyré, *Un esperimento di misurazione*, in *Galileo negli scritti di*..., a cura di A.Carugo, Milano, 1978, pp. 53-54. È la traduzione di un suo articolo pubblicato nei *Proceeding of the American Philosophical Society*, 97 (1953), pp. 222-237. Un lavoro molto simile era stato presentato da Koyré al XXII Congrès International de Philosophie des Sciences (Paris 1949) e pubblicato nel 1952 con il titolo: *Un experimentum au XVII siecle: la determination de G*.

[77] In *Google* si trovano 30400 riferimenti alla voce *Galileo and the tower*!

[78] Koyré aveva scritto nei suoi *Studi Galileiani*, (Torino 1979, p. 228-229) che « in realtà, l'esperienza della nave non fu realizzata che nel 1641, da Gassendi».

in occasione del IV centenario della nascita di Galileo:

> Questa esperienza, alla quale Galileo aveva consapevolmente rinunciato fondandosi su «certe dimostrazioni» è data appunto da Gassendi, che affronta il problema sul piano schiettamente sperimentale, mostrando come un grave lanciato dall'alto dell'albero di una nave in movimento, ricade alla sua base: e 1'esperimento che egli compie al largo di Marsiglia alla presenza del suo amico e protettore Conte d'Alais. Muovendo da questa e da altre esperienze, Gassendi[79], con le lettere *De motu impresso a motore translato*, approfondisce il problema della caduta dei gravi (ancora ripreso nelle lettere *De proportione qua gravia decidentia accelerantur*), compiendo alcuni notevoli progressi rispetto al Galilei: come ha ampiamente mostrato il Koyré 1'importanza di questo scritto non è solo nell'aver rimosso una delle principali obiezioni contro il moto della terra, e nell'aver verificato sperimentalmente una fondamentale dottrina galileiana, ma soprattutto nell'essere «riuscito a sbarazzarsi degli ultimi ostacoli della tradizione e del senso comune che avevano sbarrato la strada del pensiero galileiano», acquistandosi «la gloria imperitura di esser stato il primo a *pubblicare* se non ad enunciare, la formula corretta del principio d'inerzia[80]».

Galileo, prima ancora del famosissimo passo del *Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo*, aveva scritto nella lettera a Francesco Ingoli:

> Ed una di tali esperienze è appunto questa del sasso cadente dalla sommità dell'albero nella nave, il quale va sempre a terminare e a ferire nell'istesso luogo, tanto quando la nave è in quiete quanto mentre ella velocemente cammina, e non va, come essi credevano (scorrendo via la nave mentre la pietra per aria vien a basso), a ferir lontano dal piede verso la poppa; nella quale io sono stato doppiamente miglior filosofo di loro, perché loro, al dir quello ch'è il contrario in effetto, hanno anco aggiunto la bugia, dicendo d'aver ciò veduto dall'esperienza, ed io ne ho fatto l'esperienza, avanti la quale il natural discorso mi aveva molto fermamente persuaso che l'effetto doveva succedere come appunto succede[81].

All'influenza di Koyré[82] non si sottrae neanche Hans Reichenbach. Infatti in un suo libro ha scritto[83]:

> Gli astronomi greci non poterono seguire Aristarco a causa dello stato ancora imperfetto della meccanica del loro tempo: Tolomeo, per esempio sostenne, contro Aristarco, che la terra doveva essere immobile, perché altrimenti un sasso lanciato in aria non sarebbe caduto verticalmente, e perché gli uccelli nell'aria sarebbero rimasti indietro rispetto al globo terrestre in movimento e sarebbero discesi su una parte differente di esso.
>
> La dimostrazione sperimentale dell'inadeguatezza della dottrina tolemaica venne attinta solo nel diciassettesimo secolo. L'abate francese Gassendi, contemporaneo di Cartesio e suo avversario in filosofia, tentò di effettuare tale prova su una nave in movimento: lasciò cadere una pietra dall'alto dell'albero maestro e vide che toccava terra proprio ai piedi dell'albero stesso. Se fosse stata vera la meccanica di Tolomeo, la pietra sarebbe rimasta indietro rispetto al

---

[79] Pierre Gassend nacque il 22 gennaio 1582 a Champtercier in Provence. Studiò a Digne e a Aix, prese gli ordini sacri e divenne professore di filosofia a Aix nel 1617. Entrò in relazione con 1'astronomo J.Gaultier. Durante il 1620 fino al 1631 viaggiò in Olanda e nelle Fiandre, Nel 1634 divenne preposto della cattedrale di Digne. Nel 1645 professore di matematica al College Royal a Parigi, dove morì il 24 ottobre 1655. Fu in corrispondenza con Galileo fin dal 1625.

[80] In: *Saggi su Galileo Galilei*, a cura di C. Maccagni, Firenze 1972. T.GREGORY, *Gassendi e Galileo*, pp. 313-314. II primato assegnato a Gassendi è un falso storico.

[81] G.G., vol V, pp.

[82] Dalle note di Gregory, che richiama anche altri autori, si apprende che Koyré ha ripetuto questo giudizio scritto nel 1939, anche in un articolo del 1956, inserito in *Pierre Gassendi - Sa vie et son oeuvre* del «Centre international de synthese»:

[83] HANS REICHENBACH, *The rise of scientific philosophy*, Los Angeles 1951, trad. it. *La nascita della filosofia scientifica*, Bologna 1961, pp. 100-101.

natante e avrebbe raggiunto il ponte in un punto più vicino alla poppa. Così Gassendi confermò la legge scoperta da Galileo poco tempo prima, secondo la quale la pietra che cade porta con se il moto della nave e lo conserva nella propria caduta.
Perché Tolomeo non fece l'esperimento di Gassendi? Perché l'idea di esperimento scientifico, in quanto distinto dalla semplice osservazione e misurazione empiriche, non era familiare ai Greci.

Alcuni tra gli storici più recenti assumono quanto meno una posizione equidistante; Enrico Giusti per esempio scrive nella sua introduzione alla edizione einaudiana dei *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze* (Torino 1990):

[...] un problema tra i più dibattuti dell'esegesi galileiana: l'origine (sperimentale o speculativa) delle leggi del moto. Si tratta di un problema che non ha trovato ancora, credo, una risposta definitiva, anche se ha registrato prese di posizione estreme: dall'immagine di Galileo sperimentatore puro tramandata dal galileismo italiano già a partire dall'Accademia del Cimento col suo motto «Provando e riprovando» ma soprattutto con le sue esperienze senza un apparente filo conduttore, alla perentoria affermazione di Koyré: «la buona fisica si fa a priori». Di fronte ai giudizi così discordanti di tante autorità, ci asterremo da esprimere opinioni che per portare qualche nuovo contributo devono essere sorrette da ricerche approfondite e specialistiche. Ci limiteremo invece a notare come la critica più recente ha preso qualche distanza dall'apriorismo assoluto di Koyré, rivalutando in certa misura il ruolo dell'esperimento nella formazione delle leggi del moto, e ciò specie dopo che una serie di brillanti lavori di T. Settle hanno dimostrato se non altro l'attendibilità delle narrazioni di Galileo al riguardo, che non pochi studiosi avevano forse un po' frettolosamente relegato tra gli espedienti retorici.

Naturalmente vi è ora una nutrita schiera di studiosi, che hanno ripetuto alcuni esperimenti galileiani.
Primo tra tutti Thomas Settle[84] già ricordato, che ha realizzato un esperimento sul piano inclinato misurando il tempo con un "orologio ad acqua". Al piano, che era lungo 18 piedi (548,6 cm), aveva fatto una scanalatura rettangolare larga 1/4 di pollice (0,64 cm). Le sfere usate erano due, una di biliardo dal diametro di pollici 2 1/4 (6,99 cm) e una di acciaio di diametro 7/8 di pollice (2,22 cm). Per l'orologio ad acqua si era servito di un vaso da fiori come recipiente, al cui fondo aveva inserito un tubo di vetro lungo pollici 4 1/2 (11,43 cm) con diametro interno di 0,18 pollici (0.46 cm). Invece di raccogliere e pesare l'acqua, decise di utilizzare un cilindro graduato e misurare il volume in millilitri di acqua fuoriuscita (19,5 millilitri per secondo). I dati non erano corretti per l'effetto della scanalatura, benché Settle avesse notato una differenza di tempo nella discesa tra le due sfere di diametro. La sua giustificazione era che "le sfere ruotano su due orli della scanalatura e le loro "circonferenze ruotanti" erano alquanto minori di quelle effettive, cosicché era richiesto ad esse più rotazioni e più tempo per percorrere la stessa distanza". Quatro anni dopo, Lindberg[85] suggerisce una spiegazione sulla discrepanza tra i dati di Galileo e la corretta accelerazione di gravità, spiegazione di cui – afferma – non trova traccia nella letteratura: "una maniera in cui Galileo può aver ottenuto dati sulla caduta dei gravi era far rotolare una sfera giu da un piano inclinato […] e poi trasporre i risultati in dati per la caduta libera per motivi espositivi". La rotazione non altera la proporzionalità tra distanza e quadrato del tempo, ma riduce sensibilmente l'accelerazione, ancor più se la sfera ha due punti di contatto con la scanalatura. L'autore, che non scrive nessuna formula, non conosce la lettera di Galileo a Giovan Battista Baliani[86], scritta il 1° agosto 1639, in cui lo scienziato spiega

[84] THOMAS B. SETTLE, *An Experiment in the History of Science*, Science, (1961) vol. 133, pp. 19-23.
[85] D.C.LINDBERG, Galileo's experiments on falling bodies, ISIS (1965), vol LVI, pp. 352-354.
[86] GALILEO GALILEI , Opere

l'artificio col quale io mi sia potuto assicurare che il grave discendente a perpendicolo, partitosi dalla quiete, passi cento braccia di altezza in cinque minuti secondi. […] la scesa di quella palla che io fo scendere per quel canale ad arbitrio nostro inclinato, ci darà tutti i tempi non solo delle cento braccia, ma di qualsivoglia altra quantità di caduta perpendicolare, atteso che, come ella medesima sa e dimostra, la lunghezza del detto canale, o vogliam dire piano inclinato, è media proporzionale tra tra la perpendicolare elevatione di detto piano e la lunghezza di tutto lo spazio perpendicolare che nel medesimo tempo si passerebbe dal mobile cadente.

In una serie di pregevoli pubblicazioni R.H.Naylor sostiene che Galileo ha realizzato esperimenti con precise misurazioni. Analizzando i manoscritti Galileiani[87]

[87] MSS Galileiani, Biblioteca Nazionale di Firenze, vol. 72, fogli 14r e 16v.

IL LABORATORIO DI GALILEO GALILEI

LINEE GENERALI PER LA CONCESSIONE DELLA LICENZA D'USO AL DIPARTIMENTO DI FISICA DELL'UNIVERSITÀ DI PISA

Roberto Vergara Caffarelli ha, si riserva e non cede, il *copyright* (diritti d'autore e proprietà intellettuale)

– *sulla utilizzazione* della dicitura IL LABORATORIO DI GALILEO GALILEI come titolo di libri, cataloghi, attività museali, documentari, multimediali, ecc.
– *sulla utilizzazione*, al di fuori della licenza concessa, di copie delle apparecchiature realizzate dagli Enti che ricevono la licenza. Ne segue che la proprietà del copyright, oggetto del presente articolo, comprende il progetto iniziale e le eventuali successive modifiche, i disegni esecutivi, le fotografie, le descrizioni, le riproduzioni, i modellini, ecc.
– *sulla utilizzazione* complessiva di tutto quanto concerne IL LABORATORIO fuori dal territorio italiano, nella forma più generale, senza restrizioni, sia come attività museale che per ogni altra attività economica correlata.

La concessione di licenza esclusiva e unica per l'Italia, con esclusione del diritto di cessione ad altri, della realizzazione e dell'uso museale del LABORATORIO è data *gratuitamente* al Dipartimento di Fisica dell'Università di Pisa, che accetta la licenza, alle seguenti condizioni, che sono a tempo indeterminato, salvo la durata prevista dalla legislazione sui diritti d'autore e sulla proprietà intellettuale. Il non adempimento, anche ad una sola delle condizione, è causa di rottura del contratto e di annullamento della licenza.

– Il Dipartimento di Fisica si impegna a realizzare entro due anni dalla data di concessione della licenza IL LABORATORIO DI GALILEO GALILEI a Pisa, secondo l'orientamento culturale illustrato nel progetto-catalogo delle installazioni.
– Il Concedente sarà il responsabile scientifico-tecnico della realizzazione del LABORATORIO, per la durata di cinque anni, con diritto di veto per iniziative non consoni. La direzione tecnico-scientifica tecnico-scientifica, che è esercitata gratuitamente, in caso di necessità, potrà essere trasferita, prima della scadenza, ad altra persona fisica con decisione insindacabile del Concedente, che indica la persona che gli subentra.
– Se il Dipartimento affiderà la gestione del LABORATORIO alla Fondazione Galileo Galilei, dovrà trasferire tutti gli obblighi contrattuali previsti dalla licenza. In ogni altro caso, per eventuale affidamento esterno della gestione da parte del Dipartimento di Fisica, sarà necessario il nullaosta del Concedente.
– Saranno del Concedente i *diritti di riproduzione* degli esemplari e delle installazioni realizzate a Pisa per il LABORATORIO, sia dall'officina del Dipartimento di Fisica sia da ditte esterne, anche su finanziamento di sponsor. Il Dipartimento di Fisica ha il diritto di riproduzione limitatamente alle necessità della propria utilizzazione nel LABORATORIO.
– Il Concedente è l'unico avente diritto ad utilizzare le installazioni del LABORATORIO in film, trasmissioni televisive, videocassette, applicazioni multimediali ecc e per ogni altro uso economico, che non sia strettamente associato alle normali attività espositive del museo, che si svolgono esclusivamente all'interno della propria sede.
– Il concedente sarà l'unico avente diritto a scrivere e pubblicare il catalogo e ogni altra opera scritta collegata con gli strumenti, che riguardi la loro realizzazione, il loro uso, e il loro significato scientifico e culturale.